

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Mathématiques : applications et interprétation

## Niveau moyen

### Épreuve 1

Lundi 1 novembre 2021 (après-midi)

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 heure 30 minutes

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.



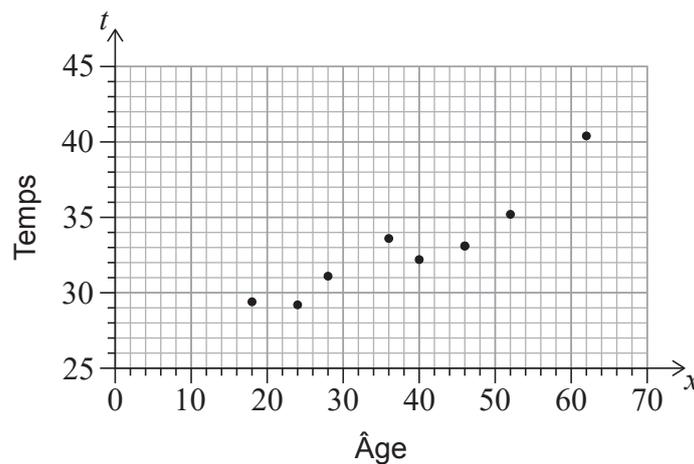
Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 6]

Eduardo croit qu'il existe une relation linéaire entre l'âge d'un coureur de sexe masculin et le temps que ce dernier prend pour courir 5000 mètres.

Pour tester ceci, il a enregistré l'âge,  $x$  années, et le temps,  $t$  minutes, pour huit hommes lors d'une seule course de 5000 m. Ses résultats sont présentés dans le tableau et le diagramme de dispersion suivants.

<b><math>x</math>, années</b>	18	24	28	36	40	46	52	62
<b><math>t</math>, minutes</b>	29,4	29,2	31,1	33,6	32,2	33,1	35,2	40,4



(a) Pour ces données, trouvez la valeur du coefficient de corrélation de Pearson,  $r$ .

[2]

(Suite de la question à la page suivante)



**(Suite de la question 1)**

Eduardo a regardé dans un manuel de sciences du sport. Il a constaté que les informations suivantes sur  $r$  convenaient à la performance athlétique.

Valeur de $ r $	Description de la corrélation
$0 \leq  r  < 0,4$	faible
$0,4 \leq  r  < 0,8$	modérée
$0,8 \leq  r  \leq 1$	forte

(b) Commentez votre réponse de la partie (a) en utilisant les informations trouvées par Eduardo. [1]

(c) Écrivez l'équation de la droite de régression pour  $t$  en fonction de  $x$ , sous la forme  $t = ax + b$ . [1]

Un homme de 57 ans a également participé à la course de 5000 m.

(d) Utilisez l'équation de la droite de régression pour estimer le temps qu'il lui a fallu pour terminer la course de 5000 m. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

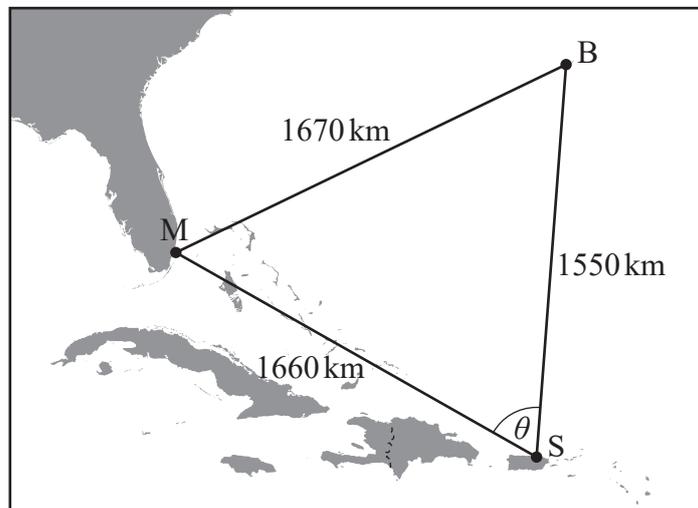
.....



2. [Note maximale : 5]

Le triangle des Bermudes est une région de l'océan Atlantique dont les sommets sont Miami (M), Bermudes (B), et San Juan (S) comme indiqué sur le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle



Les distances entre M, B et S sont données dans le tableau suivant ; elles sont correctes à trois chiffres significatifs près.

Distance entre Miami et Bermudes	1670 km
Distance entre Bermudes et San Juan	1550 km
Distance entre San Juan et Miami	1660 km

- (a) Calculez la valeur de  $\theta$ , la mesure de l'angle  $M\hat{S}B$ . [3]
- (b) Trouvez l'aire du triangle des Bermudes. [2]

(Suite de la question à la page suivante)





Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



3. [Note maximale : 4]

Natasha mène une expérience sur la croissance de moisissures. Elle croit que la croissance peut être modélisée par une fonction exponentielle

$$P(t) = Ae^{kt},$$

où  $P$  est l'aire couverte par les moisissures en  $\text{mm}^2$ ,  $t$  est le temps en jours depuis le début de l'expérience et  $A$  et  $k$  sont des constantes.

L'aire couverte par les moisissures est de  $112 \text{mm}^2$  au début de l'expérience et de  $360 \text{mm}^2$  après 5 jours.

(a) Écrivez la valeur de  $A$ . [1]

(b) Trouvez la valeur de  $k$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

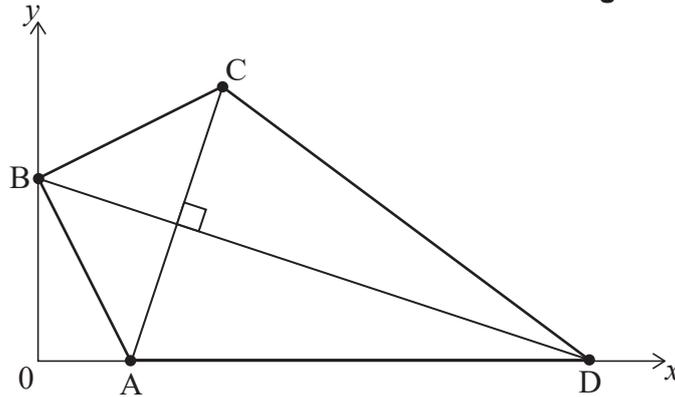


4. [Note maximale : 6]

Dilara conçoit un cerf-volant ABCD sur un système d'axes dans lequel une unité représente 10 cm.

Les coordonnées de A, B et C sont respectivement (2 ; 0), (0 ; 4) et (4 ; 6). Le point D se situe sur l'axe des abscisses. [AC] est perpendiculaire à [BD]. Ces informations sont montrées dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Trouvez la pente de la droite passant par A et C. [2]
- (b) Écrivez la pente de la droite passant par B et D. [1]
- (c) Trouvez l'équation de la droite passant par B et D. Donnez votre réponse sous la forme  $ax + by + d = 0$ , où  $a$ ,  $b$  et  $d$  sont des entiers. [2]
- (d) Écrivez l'abscisse du point D. [1]

(Suite de la question à la page suivante)







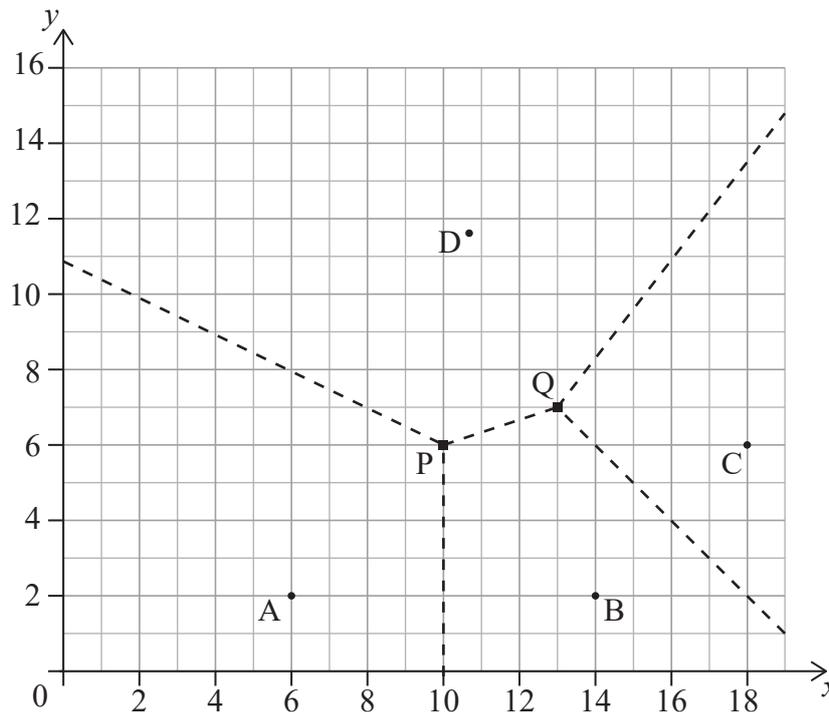


7. [Note maximale : 6]

Il y a quatre postes de surveillance utilisés par les gardes forestiers chargés de la prévention des incendies dans une forêt nationale.

Dans le diagramme de Voronoï suivant, les coordonnées des postes de surveillance sont A(6 ; 2), B(14 ; 2), C(18 ; 6) et D(10,8 ; 11,6), où les distances sont mesurées en kilomètres.

Les lignes pointillées représentent les frontières des régions patrouillées par le garde forestier de chaque poste de surveillance. Les frontières se rencontrent aux points P(10 ; 6) et Q(13 ; 7).



Afin de réduire les aires des régions patrouillées par les gardes forestiers, un nouveau poste de surveillance sera construit à l'intérieur du quadrilatère ABCD. Le nouveau poste de surveillance sera situé de façon à ce qu'il soit le plus loin possible du poste de surveillance existant le plus proche.

- (a) Montrez que le nouveau poste de surveillance doit être construit au point P. [3]

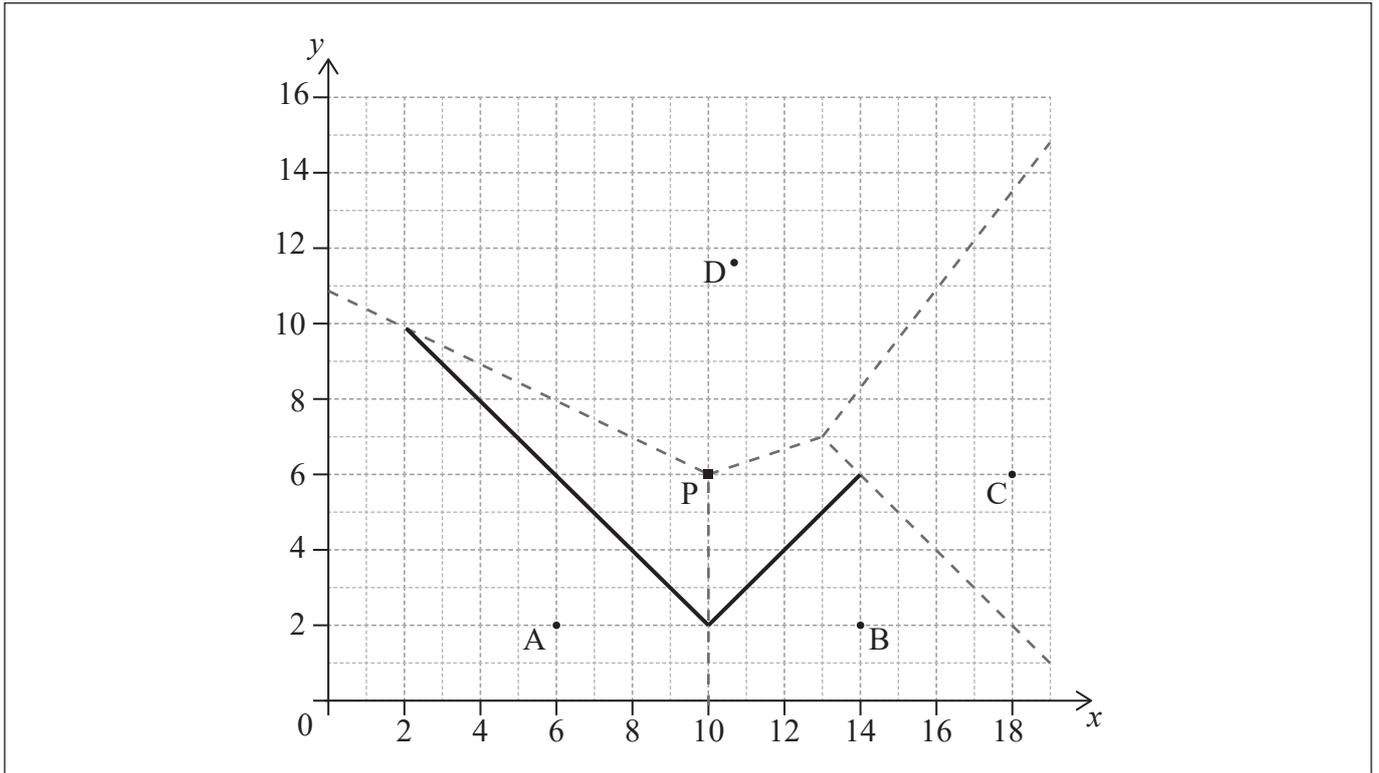
Le diagramme de Voronoï doit être mis à jour afin d'y inclure la région autour du nouveau poste de surveillance en P. Les arêtes définies par les médiatrices de [AP] et [BP] ont été ajoutées au diagramme suivant.

- (b) (i) Écrivez l'équation de la médiatrice de [PC].  
(ii) À partir de là, dessinez les frontières manquantes de la région autour de P sur le diagramme suivant. [3]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 7)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

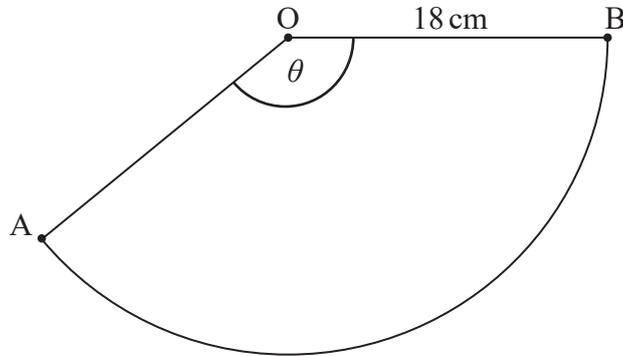


Tournez la page

8. [Note maximale : 5]

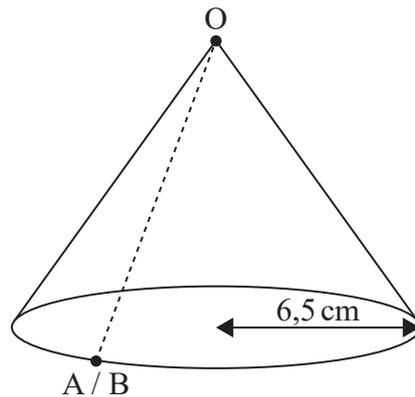
Joey fabrique un chapeau de fête en forme de cône. Le chapeau est composé d'un secteur,  $AOB$ , d'un morceau de papier circulaire dont le rayon mesure 18 cm et  $\widehat{AOB} = \theta$ , tel que montré dans le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle



Pour fabriquer le chapeau, les côtés  $[OA]$  et  $[OB]$  sont collés ensemble. Le rayon de la base du chapeau mesure 6,5 cm.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) (i) Écrivez le périmètre de la base du chapeau en fonction de  $\pi$ .

(ii) Trouvez la valeur de  $\theta$ .

[3]

(b) Trouvez l'aire de la surface de l'extérieur du chapeau.

[2]

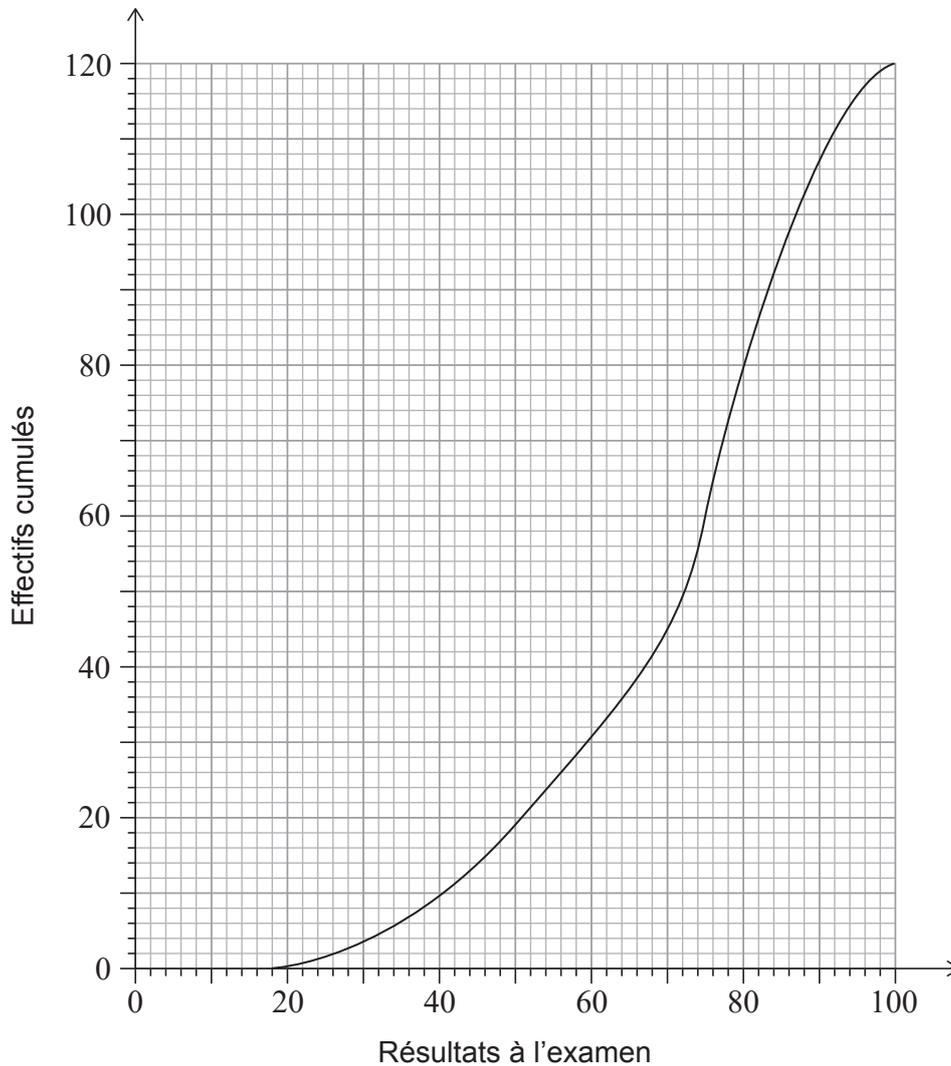
(Suite de la question à la page suivante)





9. [Note maximale : 8]

Un groupe de 120 élèves ont passé un examen d'histoire. La courbe des effectifs cumulés montre les résultats obtenus par ces élèves.



(a) Trouvez la médiane des résultats obtenus.

[1]

Les élèves reçoivent une note de 1 à 5, selon le résultat obtenu à l'examen. Le nombre d'élèves ayant reçu chaque note est montré dans le tableau suivant.

<b>Note</b>	1	2	3	4	5
<b>Nombre d'élèves</b>	6	13	26	$a$	$b$

(b) Trouvez une expression pour  $a$  en fonction de  $b$ .

[2]

(Suite de la question à la page suivante)



**(Suite de la question 9)**

(c) La note moyenne pour ces élèves est de 3,65.

(i) Trouvez le nombre d'élèves ayant reçu une note de 5.

(ii) Trouvez le résultat minimal requis pour obtenir une note de 5.

[5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



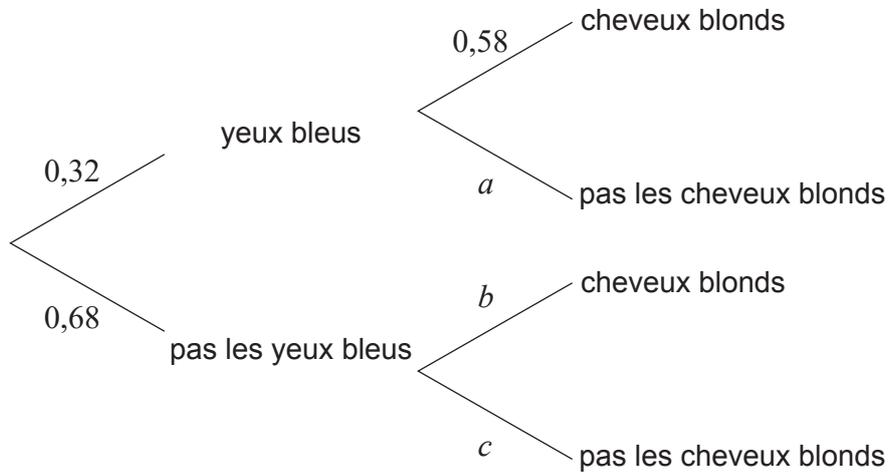
Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.





11. [Note maximale : 5]

Dans une ville, 32% de la population a les yeux bleus. Si une personne a les yeux bleus, la probabilité qu'elle ait aussi les cheveux blonds est de 58%. Ces informations sont représentées dans le diagramme en arbre suivant.



(a) Écrivez la valeur de  $a$ . [1]

(b) Trouvez une expression, en fonction de  $b$ , pour la probabilité qu'une personne n'ait pas les yeux bleus **et** ait les cheveux blonds. [1]

On sait que 41% de la population dans cette ville a les cheveux blonds.

(c) Calculez la valeur de

- (i)  $b$ .
- (ii)  $c$ . [3]

(Suite de la question à la page suivante)





12. [Note maximale : 6]

L'aire de la surface d'une boîte ouverte dont le volume est de  $32 \text{ cm}^3$  et ayant une base carrée dont les côtés mesurent  $x \text{ cm}$  est donnée par  $S(x) = x^2 + \frac{128}{x}$  où  $x > 0$ .

(a) Trouvez  $S'(x)$ . [3]

(b) (i) Résolvez  $S'(x) = 0$ .

(ii) Interprétez votre réponse de (b)(i) dans le contexte de la question. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

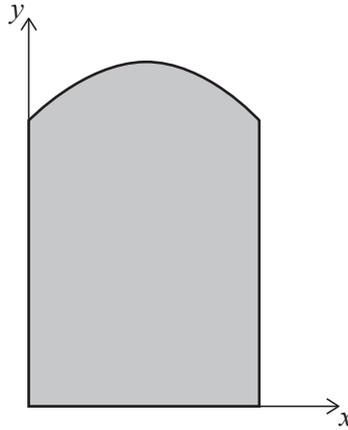
.....

.....



13. [Note maximale : 8]

Irina utilise un système d'axes de coordonnées pour dessiner sa conception d'une fenêtre. La base de la fenêtre est sur l'axe des abscisses, la partie supérieure de la fenêtre a la forme d'une courbe quadratique et les côtés sont des droites verticales, comme indiqué sur le diagramme. Les extrémités de la courbe sont aux points (0 ; 10) et (8 ; 10) et son sommet est le point (4 ; 12). Les distances sont mesurées en centimètres.



La courbe quadratique peut être exprimée sous la forme  $y = ax^2 + bx + c$  pour  $0 \leq x \leq 8$ .

- (a) (i) Écrivez la valeur de  $c$ .
  - (ii) À partir de là, posez deux équations en fonction de  $a$  et  $b$ .
  - (iii) À partir de là, trouvez l'équation de la courbe quadratique. [5]
- (b) Trouvez l'aire de la région grisée dans la conception d'Irina. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Suite de la question à la page suivante)



Tournez la page

**(Suite de la question 13)**

---



**Références :**

2. Bermuda Triangle map [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bermuda\\_Triangle\\_map\\_\(de\).svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bermuda_Triangle_map_(de).svg) Thomas Römer. Ce fichier est disponible sous licence Creative Commons Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 3.0 non transposé. (CC BY-SA 3.0) <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr> [consulté le 17 décembre 2020] Source adaptée.

**Tous les autres textes, graphiques et illustrations : © Organisation du Baccalauréat International 2021**

