

**Matemáticas**  
**Nivel medio**  
**Prueba 1**

Lunes 13 de noviembre de 2017 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

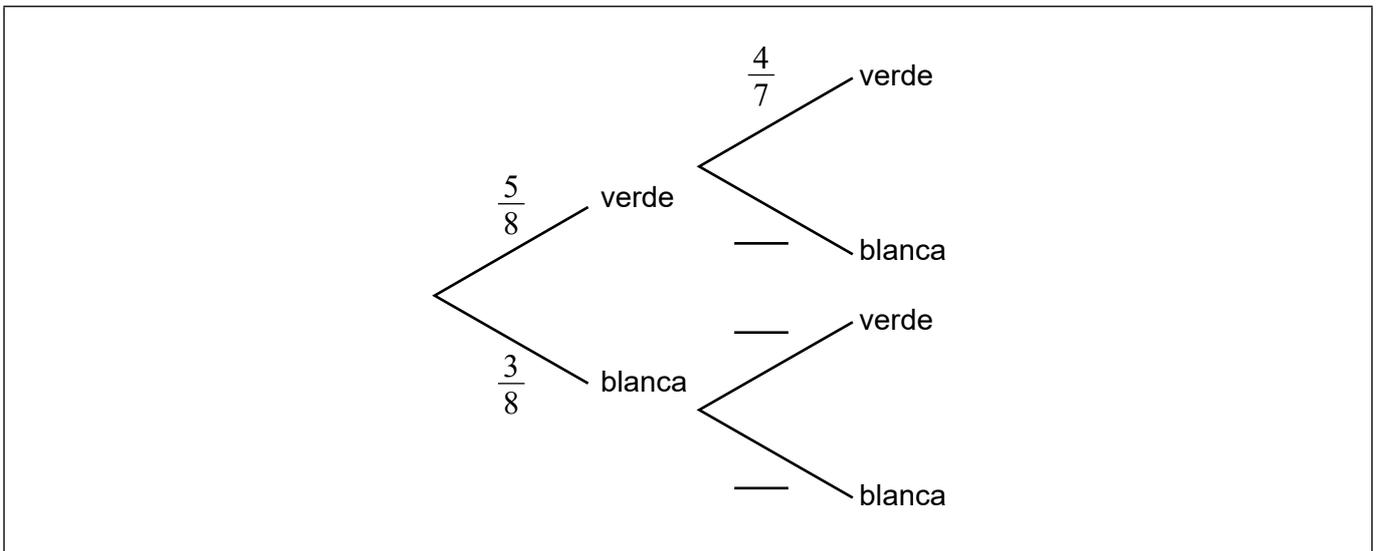
Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Una bolsa contiene 5 bolas verdes y 3 bolas blancas. Se escogen dos bolas al azar y sin reposición.

(a) Complete el siguiente diagrama de árbol.

[3]



(b) Halle la probabilidad de que exactamente una de las bolas escogidas sea verde.

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 1: continuación)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP03

**Véase al dorso**

**No** escriba en esta página.

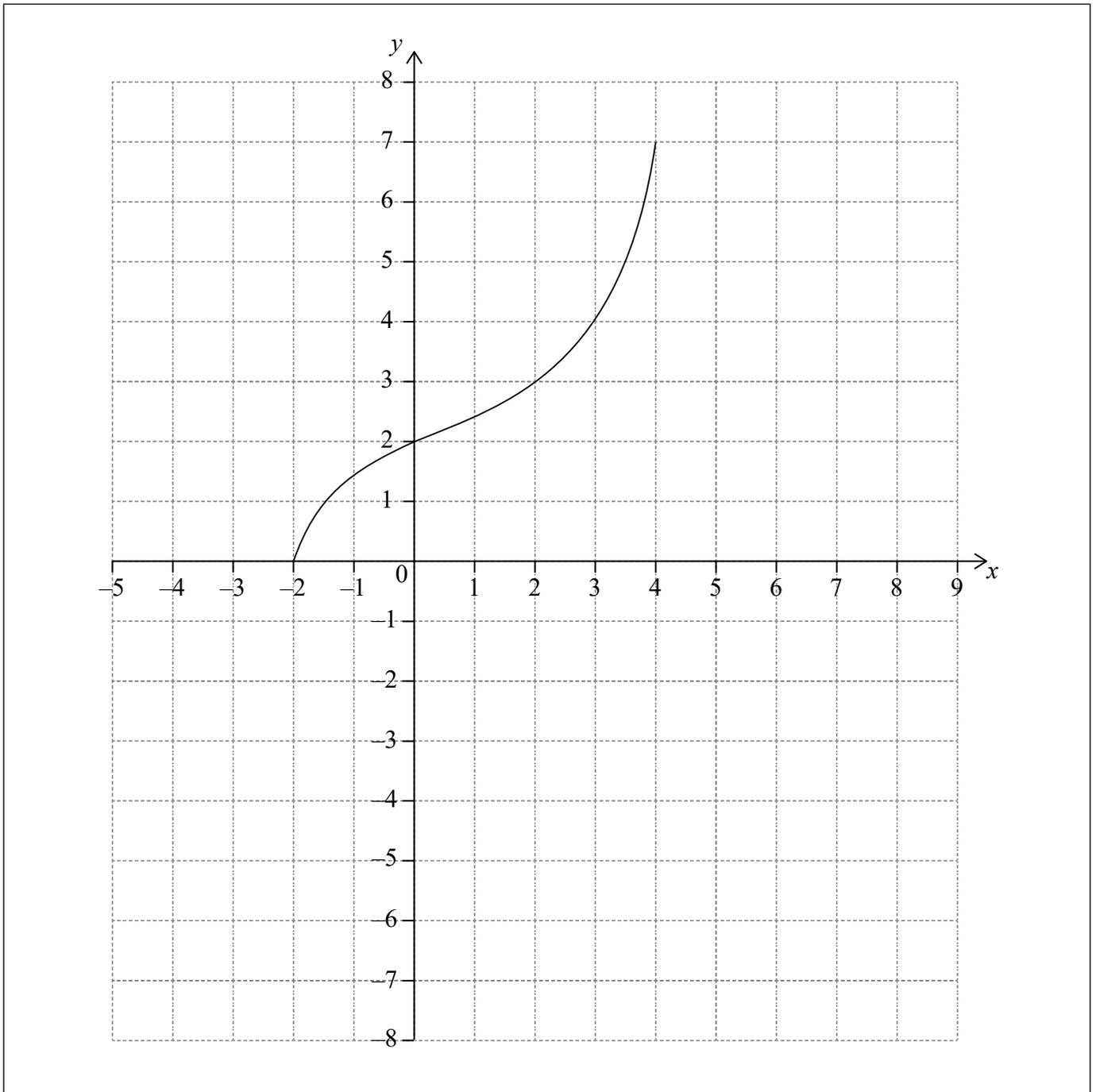
Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.





3. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el gráfico de una función  $f$ , cuyo dominio es  $-2 \leq x \leq 4$ .



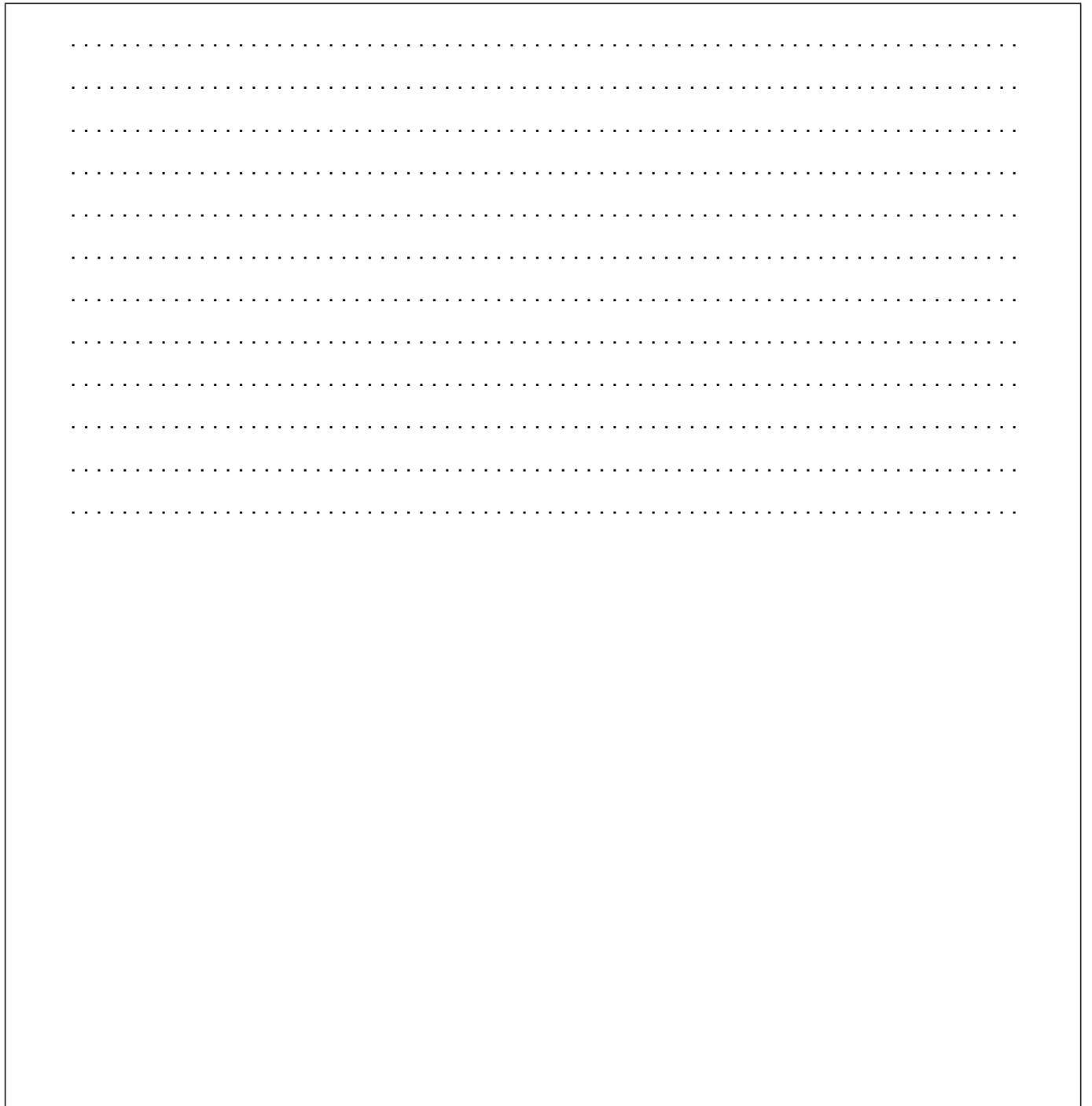
Los puntos  $(-2, 0)$  y  $(4, 7)$  pertenecen al gráfico de  $f$ .

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 3: continuación)**

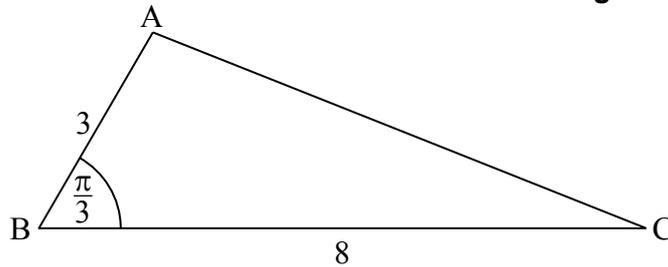
- (a) Escriba el recorrido de  $f$ . [1]
- (b) Escriba
  - (i)  $f(2)$ ;
  - (ii)  $f^{-1}(2)$ . [2]
- (c) En la cuadrícula de la página contigua, dibuje aproximadamente el gráfico de  $f^{-1}$ . [3]



4. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra el triángulo ABC, siendo  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$ , y  $\hat{A}BC = \frac{\pi}{3}$ .

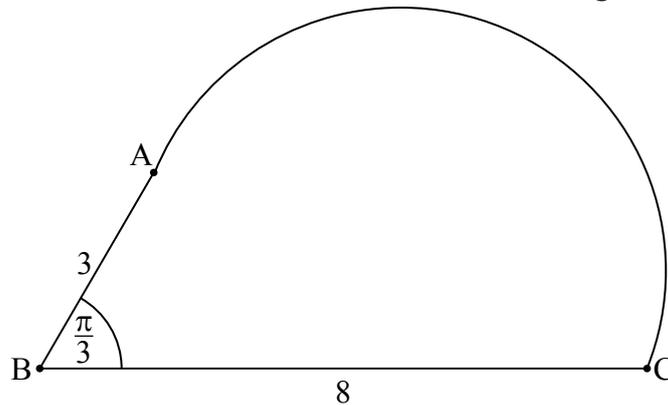
la figura no está dibujada a escala



(a) Muestre que  $AC = 7 \text{ cm}$ . [4]

(b) En el diagrama que aparece a continuación, la figura se ha formado añadiendo al triángulo un semicírculo de diámetro [AC].

la figura no está dibujada a escala



Halle el perímetro exacto de esta figura. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



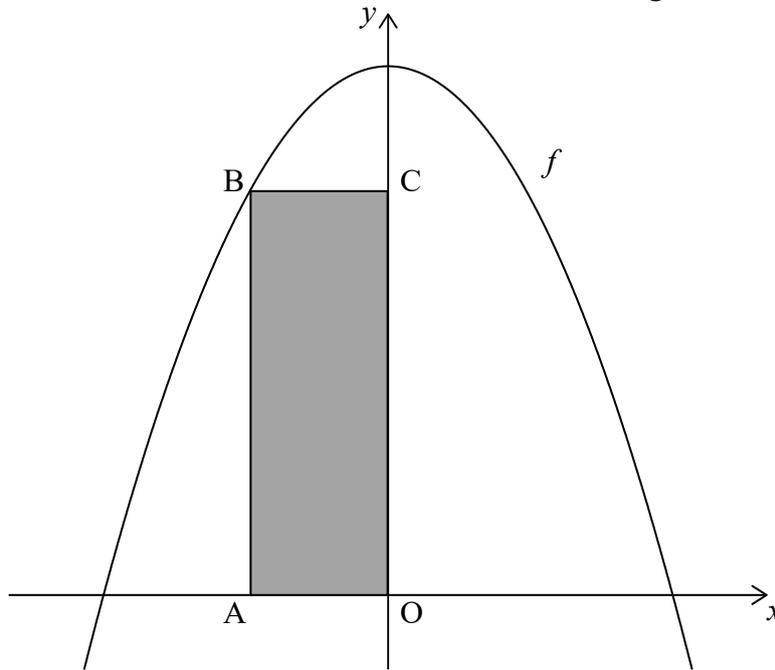




6. [Puntuación máxima: 7]

Sea  $f(x) = 15 - x^2$ , para  $x \in \mathbb{R}$ . La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$  y el rectángulo OABC, donde A está situado en el eje  $x$  negativo, B pertenece al gráfico de  $f$ , y C está situado en el eje  $y$ .

la figura no está dibujada a escala



Halle la coordenada  $x$  de A que hace que el área de OABC sea máxima.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





No escriba soluciones en esta página.

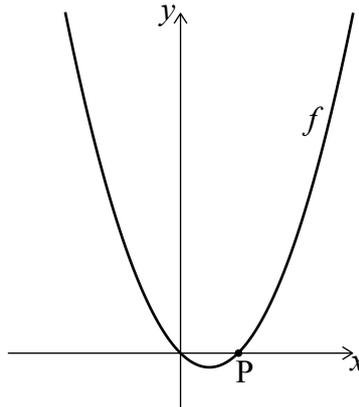
### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

Sea  $f(x) = x^2 - x$ , para  $x \in \mathbb{R}$ . La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$ .

la figura no está dibujada a escala



El gráfico de  $f$  corta al eje  $x$  en el origen y en el punto  $P(1, 0)$ .

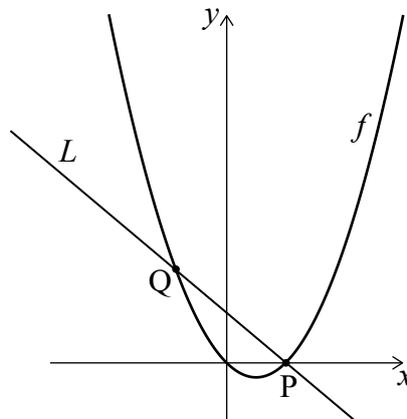
(a) Muestre que  $f'(1) = 1$ . [3]

La recta  $L$  es la normal al gráfico de  $f$  en  $P$ .

(b) Halle la ecuación de  $L$  en la forma  $y = ax + b$ . [3]

La recta  $L$  corta al gráfico de  $f$  en otro punto  $Q$ , tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(c) Halle la coordenada  $x$  de  $Q$ . [4]

(d) Halle el área de la región delimitada por el gráfico de  $f$  y la recta  $L$ . [6]



16EP13

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Una recta  $L$  pasa por los puntos  $A(-3, 4, 2)$  y  $B(-1, 3, 3)$ .

(a) (i) Muestre que  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

(ii) Halle una ecuación vectorial de  $L$ . [3]

La recta  $L$  también pasa por el punto  $C(3, 1, p)$ .

(b) Halle el valor de  $p$ . [5]

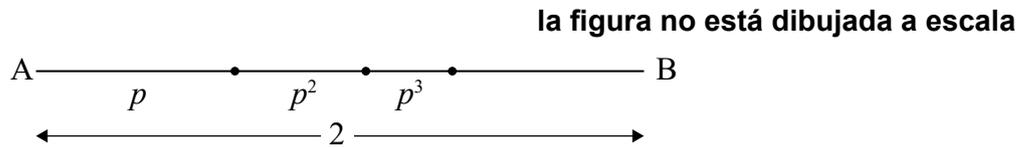
(c) El punto  $D$  tiene por coordenadas  $(q^2, 0, q)$ . Sabiendo que  $\vec{DC}$  es perpendicular a  $L$ , halle los posibles valores de  $q$ . [7]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

- (a) La siguiente figura muestra a  $[AB]$ , cuya longitud es igual a 2 cm. La recta se divide en un número infinito de segmentos de recta. La figura muestra los tres primeros segmentos.

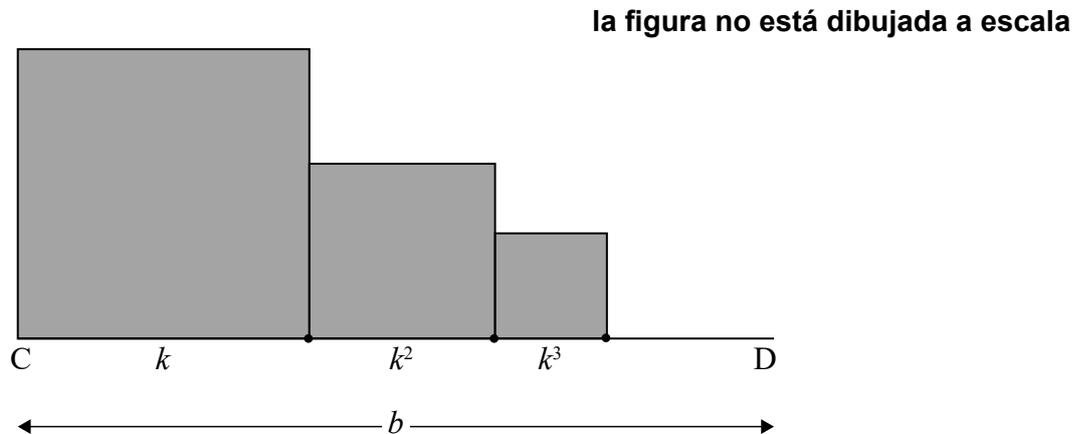


Las longitudes de estos segmentos de recta son  $p$  cm,  $p^2$  cm,  $p^3$  cm,  $\dots$ , donde  $0 < p < 1$ .

Muestre que  $p = \frac{2}{3}$ .

[5]

- (b) Esta otra figura muestra a  $[CD]$ , cuya longitud es igual a  $b$  cm, donde  $b > 1$ . A lo largo de  $[CD]$  se dibujan cuadrados de lado  $k$  cm,  $k^2$  cm,  $k^3$  cm,  $\dots$ , donde  $0 < k < 1$ . Este proceso se lleva a cabo indefinidamente. La figura muestra los tres primeros cuadrados.



La suma **total** de las áreas de todos los cuadrados es igual a  $\frac{9}{16}$ . Halle el valor de  $b$ . [9]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16