

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques
Niveau supérieur
Épreuve 3 – mathématiques discrètes

Mardi 10 novembre 2020 (après-midi)

1 heure

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[50 points]**.

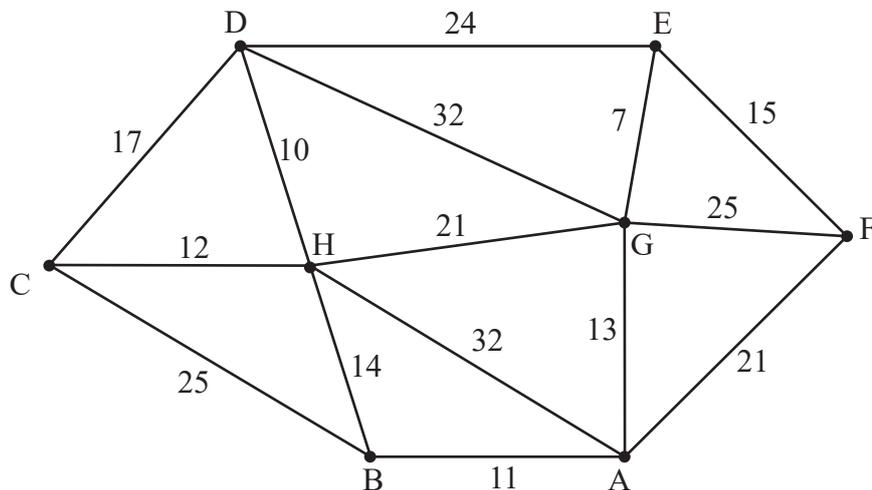
Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 8]

Résolvez la relation de récurrence $u_{n+2} = 8u_{n+1} - 16u_n$, étant donné que $u_1 = 4$ et $u_2 = 48$.

2. [Note maximale : 12]

Christine et ses amis habitent à Winnipeg, au Canada. Le graphe pondéré montre l'emplacement de leurs maisons et le temps, en minutes, pour se déplacer entre chaque maison.



La maison de Christine est située au sommet C.

- (a) (i) Utilisez l'algorithme de Dijkstra afin de trouver le temps minimal pour se déplacer de C à F, en montrant clairement comment l'algorithme a été appliqué.
- (ii) À partir de là, écrivez le chemin le plus court de C à F. [7]

Une nouvelle route qui permet à Christine de se déplacer de H à A en t minutes est construite. Si Christine part de sa maison et emprunte cette nouvelle route, son temps de trajet minimal vers A est réduit, mais son temps de trajet minimal vers F demeure le même.

- (b) Trouvez les valeurs possibles de t . [5]

3. [Note maximale : 13]

- (a) (i) Écrivez le reste lorsque 14^{2022} est divisé par 7.
- (ii) Utilisez le petit théorème de Fermat pour trouver le reste lorsque 14^{2022} est divisé par 17. [5]
- (b) (i) Prouvez qu'un nombre en base 13 est divisible par 6, si et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 6.
- (ii) Le nombre en base 13 $1y93y25$ est divisible par 6. Trouvez les valeurs possibles du chiffre y . [8]

4. [Note maximale : 6]

Résolvez le système de congruences linéaires

$$x \equiv 7 \pmod{29} \text{ et } 3x \equiv 1 \pmod{31}.$$

5. [Note maximale : 11]

G est un graphe simple, connexe et planaire ayant 9 sommets et e arêtes.

- (a) Trouvez la plus grande valeur possible de e . [2]

Le complément de G possède e' arêtes.

- (b) Trouvez une expression pour e' en fonction de e . [2]
- (c) Étant donné que le complément de G est aussi planaire et connexe, trouvez les valeurs possibles de e . [2]

H est un graphe simple ayant v sommets et e arêtes.

- (d) Étant donné que H et son complément sont tous les deux planaires et connexes, trouvez la plus grande valeur possible de v . [5]
-