



Los alumnos deben llenar esta hoja y entregarla al supervisor junto con la versión final de su monografía.

Número de convocatoria del alumno

Nombre y apellido(s) del alumno

Número del colegio

Nombre del colegio

Convocatoria de exámenes (mayo o noviembre)

Mayo

Año

2013

Asignatura del Programa del Diploma en la que se ha inscrito la monografía: 65 Matemáticas

(En el caso de una monografía en lenguas, señale si se trata del Grupo 1 o el Grupo 2.)

Título de la monografía: Uso de las matemáticas en el funcionamiento de un robot.

### Declaración del alumno

*El alumno debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no reciba una calificación final.*

Confirmando que soy el autor de este trabajo y que no he recibido más ayuda que la permitida por el Bachillerato Internacional.

He citado debidamente las palabras, ideas o gráficos de otra persona, se hayan expresado estos de forma escrita, oral o visual.

Sé que el máximo de palabras permitido para las monografías es 4.000, y que a los examinadores no se les pide que lean monografías que superen ese límite.

Esta es la versión final de mi monografía.

Firma del alumno:

Fecha:

## Informe y declaración del supervisor

El supervisor debe completar este informe, firmar la declaración y luego entregar esta portada junto con la versión final de la monografía al coordinador del Programa del Diploma.

Nombre y apellido(s) del supervisor [MAYÚSCULAS]:

Si lo considera adecuado, escriba algunos comentarios sobre el contexto en que el alumno desarrolló la investigación, las dificultades que encontró y cómo las ha superado (ver página 13 de la guía para la monografía). La entrevista final con el alumno puede ofrecer información útil. Estos comentarios pueden ayudar al examinador a conceder un nivel de logro para el criterio K (valoración global). No escriba comentarios sobre circunstancias adversas personales que puedan haber afectado al alumno. En el caso en que el número de horas dedicadas a la discusión de la monografía con el alumno sea cero, debe explicarse este hecho indicando cómo se ha podido garantizar la autoría original del alumno. Puede adjuntar una hoja adicional si necesita más espacio para escribir sus comentarios.

Solo participé en la asesoría de esta monografía durante las últimas dos semanas debido a que el docente que inicialmente estaba asesorando al estudiante renunció intencionalmente de nuestra institución y se cambió a otro colegio.

En la entrevista final se mostró muy complacido con el trabajo realizado aunque reconoce que le faltó más "matemática" en la investigación.

El supervisor debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no se otorgue una calificación final.

He leído la versión final de la monografía, la cual será entregada al examinador.

A mi leal saber y entender, la monografía es el trabajo auténtico del alumno.

He dedicado  horas a discutir con el alumno su progreso en la realización de la monografía.

Firma del supervisor:

Fecha:

## Formulario de evaluación (para uso exclusivo del examinador)

Criterios de evaluación	Nivel de logro			
	Máximo	Examinador 2	Máximo	Examinador 3
A Formulación del problema de investigación	2	0	2	
B Introducción	2	0	2	
C Investigación	4	1	4	
D Conocimiento y comprensión del tema	4	1	4	
E Argumento razonado	4	0	4	
F Aplicación de habilidades de análisis y evaluación apropiadas para la asignatura	4	0	4	
G Uso de un lenguaje apropiado para la asignatura	4	1	4	
H Conclusión	2	0	2	
I Presentación formal	4	2	4	
J Resumen	2	0	2	
K Valoración global	4	0	4	
Total (máximo 36)		5		

**USO DE MATEMATICAS EN EL FUNCIONAMIENTO DE UN ROBOT**

**ESTUDIANTE:**

**TUTOR:**

**Conteo de Palabras: 3680**

**MONOGRAFIA DE MATEMATICAS, NM**

**PROGRAMA DE DIPLOMA DE BAHCILLERATO INTERNACIONAL**

**Febrero de 2013**

## RESUMEN

Analizar por pasos los conceptos básicos para poder entender toda la estructura matemática y física del robot, con el objeto que cualquier persona lo pueda entender. Se comienza explicando las partes fundamentales un robot como son los sensores, los motores, y micro controladores; después de lograr escribir y transmitir la parte teórica, se sigue con la explicación matemática de todos los fenómenos o las acciones que el robot Lego modelo RCX; identificando sus características (como peso del robot, radio de las ruedas del robot, el torque, la velocidad máxima, etc.) aplicado las matemáticas y sus ramas afines como la física, trigonometría; se analiza paso a paso los procesos necesarios para los movimientos del robot en línea recta considerando el control de potencia en el motor basado en un concepto de potencia promedio llamado PWM (Pulse Width Modulation – Modulation por Ancho de pulso) para servomotores. Se explican los números binarios para poder entender el lenguaje de los robots y sea fácil de comprender por cualquier persona.

Palabras: 165

## INDICE GENERAL

RESUMEN.....	2
INDICE.....	3
INTRODUCCION.....	4
OBJETIVO GENERAL.....	5
1. OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	5
2. MOVIMIENTO DE LOS ROBOTS.....	6
2.1. Definición de Robot.....	6
2.2. Partes Principales de un Robot.....	6
2.2.1. Sensores.....	7
2.2.1.1. Tipos de sensores.....	7
2.2.1.1.1. Fococélulas y barreras.....	8
2.2.1.1.2. Interruptores de proximidad.....	8
2.2.1.1.3. Detectores de movimiento.....	9
2.2.1.1.4. Presión y temperatura.....	9
2.2.1.1.5. Sensores de temperatura.....	9
2.2.1.1.5.1. Termostatos.....	9
2.2.1.1.5.2. Termo resistentes.....	9
2.2.1.1.5.3. Pirómetros.....	9
2.2.2. Motores.....	10
2.2.2.1. Motores eléctricos.....	10
2.2.2.1.1. Motores de corriente continua.....	10
2.2.2.1.2. Motores de paso a paso.....	10
2.2.2.1.3. Servomotores.....	11
2.2.3. Micro controladores.....	11
2.3. Robot lego.....	12
2.3.1. Análisis de las capacidades de robot lego en el motor por medio...	
De cálculos matemáticos.....	12
2.3.1.1. Movimiento línea recta.....	12
2.3.1.2. Movimiento en curva .....	15
2.3.2. Micro controlador.....	18
2.3.3. Sensores.....	18
3. CONCLUSIONES.....	20
4. BIBLIOGRAFIA.....	21

## INTRODUCCION

En la presente monografía responderá la siguiente pregunta, ¿Cuáles son las partes esenciales de un robot, y cómo ejerce los movimientos en línea recta? Y una opción de girar, a través de esta pregunta problema, se logrará identificar el porqué del movimiento y la explicación matemática, logrando comprender con esta ciencia abstracta y dándole una mayor exactitud al entendimiento de las acciones de un aparato electrónico.

La robótica siendo una aplicación de la tecnología que día a día se integra a la vida de los humanos, ayudando a realizar diferentes actividades, en el hogar o remplazando mano de obra en fábricas o integrando como componentes de otras máquinas. Cada día sorprende por sus avances y funciones más complejas. Con el tiempo a medida que evoluciona la tecnología de la robótica, estas máquinas se asimilan en apariencia física a los humanos y también en actividad motriz.

Aplicando el método científico, en la fase de observación y tomando como base investigativa un modelo de robot de LEGO mindstormroboticinvention; aplicando los conocimientos matemáticos, físicos de trigonometría para encontrar los diferentes comportamientos que el robot debe tener en un movimiento de línea recta.

El proyecto se centrará en las partes esenciales de un robot como son los sensores, el micro controlador, y el motor que le da un funcionamiento más autónomo y no es el simple hecho que avance hacia delante, se explican los diferentes componentes para clasificarlos analizando el robot.

## **OBJETIVO GENERAL**

Aplicar los conocimientos matemáticos y áreas relacionadas para demostrar la aplicación en los movimientos que pueden hacer los robots, describiendo en forma muy simple como se relacionan todos los componentes que intervienen en el proceso como sensores, micro controlador, motor en movimientos rectilíneos y curvos de un dispositivo llamado Lego.

### **1. OBJETIVOS ESPECIFICOS**

1. Identificar las partes que ejercen movimientos de un robot.
2. Explicar los principales componentes de un robot.
3. Identificar los cálculos matemáticos necesarios para lograr el movimiento en línea recta de un robot.
4. Comunicar al lector el mensaje claro de manera sencilla para que lo comprenda.



## 2. MOVIMIENTO DE LOS ROBOTS

### 2.1. Definición de Robot

La definición de robot no es una definición estándar ni generalizada, ya que existen muchas clases y tipos de robots, según las características que se quieran resaltar en su clasificación. Según el diccionario Larousse la definición de robot es <sup>1</sup>“aparato electrónico capaz de actuar de forma automática para una función determinada”.

Una definición más general podría definir el robot como una máquina, que esta controlada por un micro controlador, que a su vez recibe una programación que se traduce en órdenes ejecutadas en movimientos logrando que se realicen actividades. Estas actividades pueden ser repetitivas, son más precisos que los humanos, logrando ahorros significativos en costos, tiempo, salud.

El concepto de robot ha evolucionado a través del tiempo ya que se tienen registros de autómatas desde 270 años a.C. cuando Ctesibius creo el Clepsidra y órgano de agua, que era una <sup>2</sup>“aplicación de la neumática e hidráulica para la reproducción de los primeros relojes y órganos de agua”.

### 2.2. Partes Principales de un Robot

Por lo general tiene muchas partes, las cuales varían dependiendo del tamaño de robot, el tipo y la función que este debe cumplir (ej.: carro=ruedas; un recogedor de ropa= pinzas), en general tiene una estructura mecánica, transmisiones, sistema de accionamiento, sistema sensorial, sistema de potencia y control, y elementos terminales. Estas características generalizadas no están aplicadas en todos los autómatas, como son los sensores.

---

<sup>1</sup>diccionario enciclopédico usual

<sup>2</sup>Fundamentos de la robótica

Las partes del robot se diseñan para el movimiento que se necesita ejercer (pinzas = recoger ropa, ruedas = andar mas rápido). El ser humano desea que este logre hacer sus actividades, el hombre se guía por partes del cuerpo para que el robot pueda hacer un movimiento similar, lo cual lo lleva a copiar los hombros, muñecas, rodillas, etc.

Este proyecto se enfoca en las partes principales de un robot: los micros controladores, motores, fuentes de poder, periféricos, y sensores, que son de movimiento.

### 2.2.1. Sensores

Según el diccionario Oxford define:<sup>3</sup>“El sensor es un dispositivo que reacciona frente a un cierto estímulo”. Esencialmente lo que hacen es transformar cualquier fenómeno o señal captada a una señal eléctrica, a un micro controlador para que este haga cierto movimiento que se le fue ordenado (ej.: si el sensor de luz capta una línea negra voltea a la izquierda).

El sensor es utilizado para haga funciones o actividades más precisas y variadas, ya que por medio de estos puede llegar a tomar decisiones de alguna situación prevista por el creador (ej.: el creador codifico que un sensor sensorial al chocarse con una pared le indique al robot que deba dar reversa y después un giro a la izquierda hasta que se vuelva a chocar.), gracias a estos sensores muchas veces agilizan el trabajo y en muchos casos superan lamano de obra.

#### 2.2.1.1. Tipos de sensores

Hay diferentes tipos de sensores.

<sup>4</sup>Tabla numero1

MAGNITUD	TRANSDUCTOR	CARACTERISTICA
Posición lineal o angular	Potenciómetro	Analogía
=	Encoders	Digital
Desplazamientos y deformaciones	Transformador diferencial	Analogía
=	Galga extensiométrica	Analógica
Velocidades lineales y angulares	Dinamo tacométrica	Analógica

<sup>3</sup> Oxford American dictionary

<sup>4</sup><http://sputnik.epsj23.net/~eserra/docs/sensors/sensors.html>

=	Encoder	Digital
=	Detector inductivo	Digital
Aceleración	Acelerómetro	Analógico
=	Sensor de velocidad	Digital
Fuerza y par	Galgas	Analógico
Presión	Membranas	Analógica
=	Piezoeléctricos	Analógica
Caudal	Turbina	Analógica
=	Magnético	Analógica
Temperatura	Termopar	Analógica
=	PT100	Analógica
=	NTC	Analógica
=	PTC	I/O
=	Bimetal	I/O
Sensores de presencia	Inductivos	I/O
=	Capacitivos	I/O
=	Ópticos	I/O analógica
Sensores táctiles	Matriz de contactos	I/O
=	Piel artificial	Analógica
Visión artificial	Cámaras de video	Procesamiento digital
=	Cámaras CCD	Procesamiento digital

#### 2.2.1.1.1. Fococélulas y barreras

Son sensores que funcionan con una fotocélula y un emisor de luz, estos dos componentes logran hacer que puedan tener barreras y detectar diferentes objetos a largas distancias, pueden diferenciar colores, llegar a detectar desde los 500m en el modo de barrera, por lo general están protegidos a cualquier perturbación electromagnética externa. La velocidad de respuesta es alta en modo comunicación. Y para ambientes luminosos pueden estar polarizados los haces de luz.

#### 2.2.1.1.2. Interruptores de proximidad

Detectan la presencia o la ausencia de metales con dos tipos de sensores interruptores de proximidad como:

Sensores inductivos: detectan materiales férricos promedio de la diferencia entre los campos magnéticos

Sensores capacitivos: difieren con los inductivos ya que no en todo lado se puede usar los campos electro magnético, detectan los materiales por la capacidad eléctrica.

### **2.2.1.1.3. Detectores de movimiento**

Sensor que capta el movimiento de algo (ej.: el movimiento humano) es detectado por medio de rayos infrarrojos o por reflexión directa, frecuentemente son protegidos de la contaminación lumínica. Son usados en las casas por cuestiones de seguridad, vienen acompañados de alarma.

### **2.2.1.1.4. Presión y temperatura**

<sup>5</sup>“Suelen estar basados en la deformación de un elemento elástico cuyo movimiento es detectado por un traductor que convierte pequeños desplazamientos en señales eléctricas analógicas, se puede efectuar medidas de presión absoluta (respecto a una referencia) y de presión relativa o diferencial (midiendo diferencia de presión entre dos puntos) generalmente vienen con visualizadores e indicadores de funcionamiento”.

### **2.2.1.1.5. Sensores de temperatura**

El propósito como indica su nombre es detectar la temperatura, han sido muy útiles en los laboratorios, ya que informan la temperatura en cuestión de segundos. Estos sensores son muy importantes en el medio y tienen diferentes tipos:

#### **2.2.1.1.5.1. Termostatos**

Encuentran la temperatura por medio de ondas NTC o PTC.

<sup>6</sup>“Un termostato es el componente de un sistema de control simple que abre o cierra un circuito eléctrico en función de la temperatura.

Su versión más simple consiste en una lámina bimetálica como la que utilizan los equipos de aire acondicionado para apagar o encender el compresor.

Otro ejemplo lo podemos encontrar en los motores de combustión interna, donde controlan el flujo del líquido refrigerante que regresa al radiador dependiendo de la temperatura del motor.”

---

<sup>5</sup>Fundamentos de la robótica

<sup>6</sup><http://es.wikipedia.org/wiki/Termostato>

### **2.2.1.1.5.2. Termo resistente**

La salida es analógica y el detectar la temperatura esta basado en el cambio de resistencia del sensor dependiendo de la temperatura.

### **2.2.1.1.5.3. Pirómetros**

El funcionamiento de estos sensores se basa en la radiación, porque al tener que medir la temperatura que es superior al punto de fusión de los propios sensores, entonces se recurre a usar las radiaciones para medir la temperatura.

## **2.2.2.Motores**

Es un dispositivo usado desde hace mucho tiempo para todos los automóviles en el transporte del ser humano y en la industria que usa la gasolina, el gas, o la electricidad, los cuales los usa como fuente principal de energía para que el motor ayude a generar movimiento a la máquina que pertenezca el motor.

### **2.2.2.1. Motoreseléctricos**

Dispositivos capaces de transformar la energía eléctrica en la energía mecánica, logrando ejercer movimiento. Estos motores no producen ninguna contaminación, no emiten gases. Por lo general son pequeños, los grandes son muy difíciles de cargar. Aunque hoy en día existen carros eléctricos que evolucionan rápidamente para solucionar la contaminación por gasolina, cuidando el medio ambiente y mejorando el planeta.

#### **2.2.2.1.1. Motores de corriente continua DC**

Son motores que en el momento que estos tienen contacto con energía, este produce un movimiento constante el cual no se puede controlar, solo se sabe que comienza a generar el movimiento, por lo tanto solo funciona cuando se conecta a la corriente, este es el motor más básico de todos.

<sup>7</sup>“Esta máquina de corriente continua es una de las más versátiles en la industria. Su fácil control de posición, par y velocidad la han convertido en una de las mejores opciones en aplicaciones de control y automatización de procesos. Pero con la llegada de la electrónica su uso ha disminuido en gran medida, pues los motores de corriente alterna, del tipo asíncrono, pueden ser controlados de igual forma a precios más accesibles para el consumidor medio de la industria. A pesar de esto los motores de corriente continua se

---

<sup>7</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Motor\\_de\\_corriente\\_continua](http://es.wikipedia.org/wiki/Motor_de_corriente_continua)

siguen utilizando en muchas aplicaciones de potencia (trenes y tranvías) o de precisión (máquinas, micro motores, etc.)”

#### **2.2.2.1.2. Motores paso a paso**

Los motores paso a paso a diferencia de los motores de corriente continua, estos si se pueden manipular sus movimientos por medio de 7 u 8 cables que vienen con la estructura.

Son muy funcionales, la precisión de estos motores es muy superior a la de los, ya que requieren que el humano por medio del lenguaje de los números binarios le dé órdenes precisas.

Lo que se hace con estos números binarios (“El sistema binario, en ciencias e informática, es un sistema de numeración en el que los números se representan utilizando solamente las cifras cero y uno (0 y 1). Se utiliza en computadoras, debido a que trabajan internamente con dos niveles de voltaje, su sistema de numeración natural es el sistema binario (encendido 1, apagado 0).”) Es asignar a cada cable un 0 o 1, y con las posibles combinaciones de los ceros y unos en los diferentes cables, en los cuales pueden crear diferentes combinaciones, cada una significa un comando.

<sup>8</sup> “En 1937, Claude Shannon realizó su tesis doctoral en el MIT, en la cual implementaba el Álgebra de Boole y aritmética binaria utilizando relés y conmutadores por primera vez en la historia. Titulada Un Análisis Simbólico de Circuitos Conmutadores y Relés, la tesis de Shannon básicamente fundó el diseño práctico de circuitos digitales.

En noviembre de 1937, George Stibitz, trabajando por aquel entonces en los Laboratorios Bell, construyó una computadora basada en relés —a la cual apodó "Modelo K" (porque la construyó en una cocina, en inglés "kitchen")— que utilizaba la suma binaria para realizar los cálculos. Los Laboratorios Bell autorizaron un completo programa de investigación a finales de 1938, con Stibitz al mando. El 8 de enero de 1940 terminaron el diseño de una "Calculadora de Números Complejos", la cual era capaz de realizar cálculos con números complejos. En una demostración en la conferencia de la Sociedad Americana de Matemáticas, el 11 de septiembre de 1940, Stibitz logró enviar comandos de manera remota a la Calculadora de Números Complejos a través de la línea telefónica mediante un teletipo. Fue la primera máquina computadora utilizada de manera remota a través de la línea de teléfono. Algunos participantes de la conferencia que presenciaron la demostración fueron John von Neumann, John Mauchly y Norbert Wiener, quien escribió acerca de dicho suceso en sus diferentes tipos de memorias en la cual alcanzó diferentes logros.”

---

<sup>8</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_binario](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_binario)

### 2.2.2.1.3. Servomotores

Los servomotores tienen 3 cables que le permiten hacer los mismos movimientos del motor paso a paso aun así teniendo 7 cables y este es controlado por medio de un micro controlador. Y son generalmente utilizados en el aeromodelismo. Tiene la facilidad de controlar la velocidad basado en la cantidad de potencia suministrada al motor, la forma más efectiva conocida para hacer este proceso es definida como modulación de ancho de pulso o PWM. Función que se incorpora a la unidad central de proceso en este caso el micro controlador y así programar la potencia deseada en el motor.

### 2.2.3. Micro controlador

Que son micro controladores?

Un micro controlador es la parte del robot o aparato electrónico cuya función es hacer los procesos lógicos de este. Para que este micro controlador pueda controlar estos procesos, el usuario debe proyectar por medio de programadores que le ordena las acciones al dispositivo. El microcontrolador tiene un circuito integrado, donde tiene memoria RAM de 28 pines, una memoria de ROM de 28 pines y un decodificador de direcciones de 18 pines.

## 2.3. Lego robot

La empresa Lego creó un sistema para que las personas se entretengan con lo que se podría llamar “una introducción a la robótica”, el cual le da cercanía a las personas a la robótica, este proyecto fue lanzado con el nombre de “robotic invention sistema o sistema de invención robotizado” (RIS) y también está en venta como un sistema educacional llamado “Lego Mindstorms para la escuela”, donde por medio de figuras Lego se logran hacer conexiones entre sensores y motores, con un micro controlador y así poder tener una experiencia con la construcción de un robot<sup>9</sup> “Lego Mindstorms puede ser usado para construir un modelo de sistema integrado con partes electromecánicas controladas por computador. Prácticamente todo puede ser representado con las piezas tal como en la vida real, como un elevador o robots industriales.”. la versión de “sistema de invención robotizado” usada para este proyecto es el primer uso comercial del mismo. A este modelo se le analizara, por la vía matemática el desplazamiento, de este y se clasificarán los sensores depende de su función.

---

<sup>9</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Lego\\_Mindstorms](http://es.wikipedia.org/wiki/Lego_Mindstorms)



### 2.3.1. Análisis de las capacidades de un lego robot

#### 2.3.1. Movimiento del Robot en Línea Recta

Tabla numero 2

Especificaciones del robot y laboratorio

Variable	Valor	Unidades
Peso del robot	0.57	Kg
Radio de rueda	0.03	M
Gravedad	9,8	m/s <sup>2</sup>
Coefficiente de Fricción basado en el material de la rueda (superficie lisa)	0.9	Llantas de goma
Constante transferencia de fricción	0.02	Eficiencia de las ruedas (giran, dos ruedas-0.01N-m por rueda)

En esta tabla 2. Podemos presenciar diferentes variables que pueden cambiar el funcionamiento del motor del lego, los cuales nos conducirán a lo que queremos encontrar en este proyecto. Todas estas variables cambian de alguna manera el comportamiento del motor en un movimiento rectilíneo o curvo.

<sup>10</sup>Tabla numero 3

Especificaciones del motor lego

Especificaciones del Motor			
The generic Lego Motor, part #5114.	1420 RPM	1.0 N-cm	0.37 N-m/s (Watts)
	149 rad/s	0.01 N-m 1.4 oz-in	

En esta tabla 3 hay características del robot que nos han de servir para el uso de las formulas a utilizar.

<sup>10</sup><http://web.mit.edu/sp.742/www/motor.html>



Basado en la segunda ley de Newton se puede calcular la fricción del movimiento del robot así:

Cálculos de fricción = peso \* gravedad \* fricción de llantas \* torque \* cantidad motores

Cálculos de fricción =  $0.57\text{Kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \times 0.9 \times (0.01^2)$

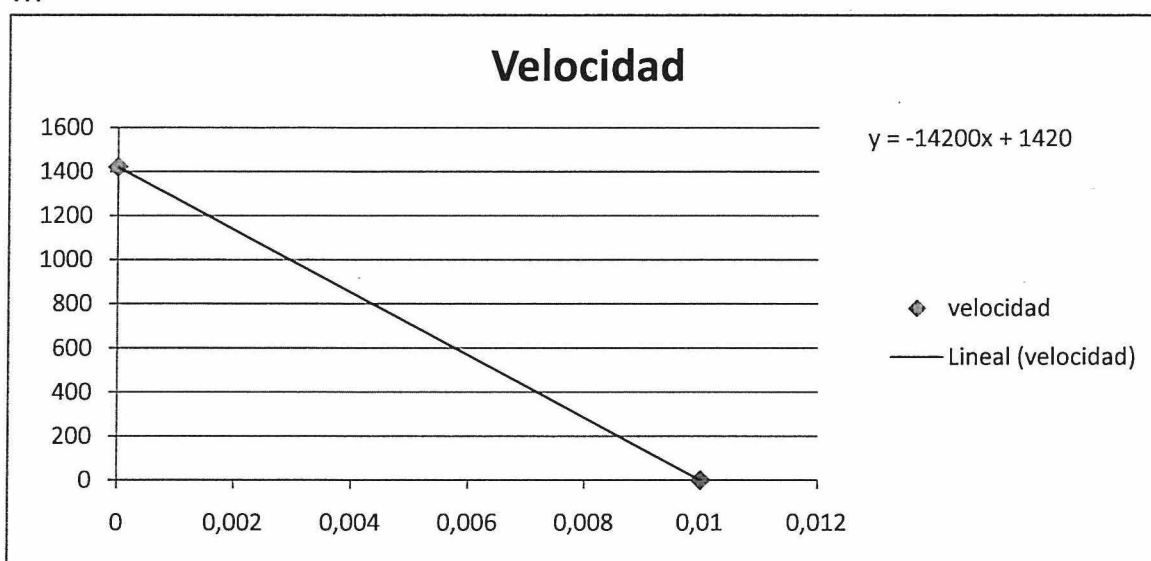
Cálculos de fricción =  $0.57\text{Kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0.9 \times (0.01^2)$

**Cálculos de fricción = 0.100548N**

Los cálculos de fricción son 0.1 N la cual es la fuerza de fricción que va en contra del movimiento. Por ende la fricción hace que el movimiento disminuya la velocidad y las revoluciones por minuto, ya que el peso de este le logra un mayor contacto con el suelo y una mayor fricción.

Para Motores eléctricos y considerando la aceleración tan corta del motor se asume este valor mínimo de tal forma que la ecuación de velocidad constante es válida para los cálculos de este estudio, estos cálculos nos permite graficar cómo se comporta la velocidad y la potencia en una relación inversa.

Gráfico número 1



Para encontrar la velocidad a la que el motor puede desplazarse se utilizara el máximo valor de revoluciones por minuto, (que está en las especificaciones del motor 1420 rpm proporcionando el voltaje máximo al motor). El siguiente paso es calcular el poder del motor en su máximo potencial de movimiento, teniendo en cuenta incluyendo las pérdidas debido a la fuerza de fricción y la eficiencia de las ruedas (giran, Dos ruedas- 0.01 N-m por rueda).

Rpm (con pérdidas) = rpm (motor) - (Fuerza en la rueda × rpm (motor) / eficiencia de las ruedas)

$$\text{Rpm (con pérdidas)} = 1420 - (0.003 \times 1420 \div 0.02)$$

$$\text{Rpm (con pérdidas)} = 1207 \text{ Vueltas/minuto}$$

Por geometría podemos calcular la distancia recorrida linealmente basada en el cálculo del contorno de la rueda:

$$\text{Contorno de la rueda} = 2 \times \pi \times r$$

$$\text{Contorno de la rueda} = 2(3,1416) \times 0.03 \text{ m}$$

$$\text{Contorno de la rueda} = 227.51 \text{ m}$$

Velocidad constante considerando el movimiento de la rueda, se define como la revoluciones por minuto multiplicado por el contorno de la rueda

$$\text{Velocidad constante} = \text{Rpm (con pérdidas)} \times \text{Contorno de la rueda}$$

$$\text{Velocidad constante} = 1207 \text{ rpm} \times 2(\pi) \times 0.03 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad constante} = 1207 \text{ rpm} \times 2(3,1416) \times 0.03 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad constante} = 1207 \text{ rpm} \times 227.51 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad constante} = 227.51 \text{ rpm-rueda metro por minuto}$$

Transformando a segundos:

$$\text{Velocidad constante} = 227.51 \div 60 \text{ metros por segundo}$$

### **Velocidad constante=3.792 metros por segundo**

Ha este punto tenemos, el caso máximo de potencia. Para controlar el motor a una velocidad práctica se debe utilizar un modelo matemático para proporcionar la potencia necesaria y mover el robot a la velocidad deseada. Este modelo matemático es llamado PWM (PluseWithModulation) factor que regula el nivel de voltaje promedio suministrado al motor.

Para objetos de la demostración vamos a mover el robot más a 0.70m por segundo.

100% de PWM=3.792metros por segundo

PWM requerido para 0.7 m/s= $(0.7 \div (3.792)) \times 100$

**PWM requerido para 0.7 m/s= 18.46 %**

Para un movimiento lineal con desplazamiento a 0.7 m/s la potencia que debe programar en el software del micro-controlador es 18.46 % de la potencia máxima también conocido como factor PWM.

#### **2.3.1.2. Movimiento en curva**

En adición al movimiento lineal se puede considerar otro tipo de movimiento como el de giro siguiendo un procedimiento similar al previamente visto, a pesar de que es necesario incluir el concepto matemático de velocidad angular. Esto de desarrolla así:

Para voltear el robot activa solo un motor y el otro motor se utiliza como punto de referencia para girar.

<b>Fricción</b>	<b>Ruedas</b>	<b>Calculo</b>	<b>Totales</b>
Fricción rueda sin movimiento	0.9×0.08	$= (0.9 \times 0.08) \times 0.2825 \text{Kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2$	0.2
Fricción rueda en movimiento	0.9×0.01	$= (0.9 \times 0.01) \times 0.2825 \text{Kg} \times 9.8 \text{ m/s}^3$	0.025
<b>Fricción total dando una curva</b>			<b>0.225</b>

La fricción total de la rueda se debe procesar para tener el torque requerido en la rueda así:

Torque requerido en la rueda =  $0.225 \times \text{radio de la rueda}$

Torque requerido en la rueda= 0.00675 Nm

Utilizando el mismo concepto de calcular movimiento a máxima potencia tenemos:  
Rpm (con pérdidas) = rpm (motor) -(Torque requerido en la rueda\* rpm (motor) /)/  
eficiencia de las rueda))

$$\text{Rpm} = 1420 - (\text{Torque requerido en la rueda} \times 1420 \div 0.01)$$

$$\text{Rpm} = 1420 - (0.00675 \times 1420 \div 0.01)$$

$$\text{Rpm} = 1420 - (958.5)$$

$$\text{Rpm} = 462$$

Contorno de la rueda=  $2 \times \pi \times r$

$$\text{Velocidad lineal} = 462 \times 2 \times \pi \times 0.03$$

$$\text{Velocidad lineal} = 462 \times 2 \times 3.1416 \times 0.03$$

$$\text{Velocidad lineal} = 87.08 \text{ rpm-rueda metro por minuto}$$

$$\text{Velocidad lineal} = 1.45 \text{ m/s}$$

Para evaluar el movimiento del robot en la curva se debe considerar las dimensiones físicas del robot para calcular el perímetro, el ancho del robot define la curva. Estos cálculos se presentan a continuación:

$$\text{Ancho de Robot} = \text{Radio de curva} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Ancho de Robot} = \text{Radio de curva} = 0.08 \text{ metros}$$

$$\text{Perímetro de la curva en la vuelta del robot} = 2 (\text{Pi}) \text{ Radio de curva}$$

$$\text{Perímetro de la curva en la vuelta del robot} = 2 \times (\text{Pi}) \times 0,08 \text{ metros}$$

$$\text{Perímetro de la curva en la vuelta del robot} = 2 \times (3.1416) \times 0,08 \text{ metros}$$

$$\text{Perímetro de la curva en la vuelta del robot} = \mathbf{0.502 \text{ metros}}$$

$$\text{Velocidad Angular} = (1.45 \div 0.502) \times 360 \text{ Radianes por segundo}$$

$$\text{Velocidad Angular} = (2.88) \times 360 \text{ Radianes por segundo}$$

$$\mathbf{\text{Velocidad Angular} = 1040 \text{ Revoluciones por segundo}}$$

**Demostración Práctica** con 45 Radianes por segundo (esta velocidad 45 R/s es seleccionada por ser una velocidad conveniente para visualizar el experimento)

$$\text{PWM} = (45 \div 462) \times 100 \text{ Porcentaje de potencia}$$

**PWM = 9.74 %**

Esta potencia (4.3 %) se incluye en el factor PWM del micro controlador en la misma forma que en el movimiento lineal y así garantizar la velocidad en un movimiento en curva del robot.

<sup>11</sup>Tabla numero 4

<b>Motor</b>	<b>Velocidad normal (RPM)</b>	<b>Torque (kg/cm)</b>	<b>Velocidad estándar (RPM)</b>
Estándar	3240	1,760	40
9 voltios	370	3.840	15
Micro	36	0,128	36

*Tabla correspondiente a las mediciones para los distintos motores desmontables de Lego Robotics<sup>19</sup>*

Después de hacer todos los cálculos del motor de Lego y observar la tabla numero 4 podemos clasificar el motor del robot un servo motor de 9 voltios por los cálculos hechos.

### 2.3.2. Micro controlador

LEGO RCX, Hitachi H8/3292, LISHA/UFSC, FauzeValérioPolpeta, Prof. Dr. Antônio Augusto Fröhlich es un módulo de hardware programable con una interface de encendido y apagado, está hecho con una parte mecánica y otra electrónica, tiene sensores y activadores, cuenta con un micro controlador Hitachi H8/3292. Cuenta con:

1. Un sistema de entrada de información-nput.
2. 3 Puertos de sensores a través de los convertidores A/D, que son indispensables en un sistema de adquisición de datos. A nivel de elemento de circuito, el A/D se conforma por una entrada analógica, una salida digital y varias señales de control y alimentación que es su característica.
3. 4 botones
4. Monitor de Nivel de Batería
5. Temporizadores

<sup>11</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Lego\\_Mindstorms](http://es.wikipedia.org/wiki/Lego_Mindstorms)

6. Puertos accionadores a través de convertidores D/A
7. Dispositivos de salida
8. 5 segmentos LCD
9. Altavoz
10. Dispositivos Bidireccionales
11. Puerto infrarojo
12. 8-bits de datos
13. 16-bit del espacio de direcciones
14. 8 x 16 bits registros
15. 16 MHz de reloj
16. CPU
17. Dispositivos de memoria
18. Dirección / datos / control BUS
19. Interrumpir Orden

### 2.3.3.Sensores

Los tres sensores que fueron utilizados con el robot fueron el sensor de giro sensor de luz y el de contacto el cual cada uno sirvió para que el robot saliera de un laberinto pequeño. Ya que se le programaba, que cuando se activara el sensor de contacto retrocediera por 1 segundo, cuando el sensor de luz detectara una línea negra volteara hacia la izquierda y el de giro hacia el giro y sabia donde el robot estaba ubicado.

#### Sensor de giro

“El sensor de giro permite conocer la posición del robot en cualquier instante. Para conocer la posición, el sensor produce una variación de energía entre cuatro estados, los cuales son detectados cada 2,9 ms. y procesados por el bloque RCX durante 100 us, en los cuales pasa entre cuatro estados de energía:

2,0 volts → 4,5 volts → 1,3 volts → 3,3 volts (en sentido horario)

3,3 volts → 1,3 volts → 4,5 volts → 2,0 volts (en sentido anti horario)

Con estos estados se permite verificar cuantas variaciones de energía han sucedido desde la lectura. Cada voltaje representa un giro aproximado de 22,6° del sensor, por lo tanto existiendo cerca de 16 ciclos de voltaje para detectar un giro completo.<sup>29</sup> El problema de esta lectura es a bajas velocidades, debido a que genera unas minúsculas variaciones de energía, debido a que los valores intermedios no son considerados como movimiento válido.”

#### Sensores de luz

12 “El sensor de luz permite tomar una muestra de luz mediante un bloque modificado que un extremo trae un conductor eléctrico y por el otro una cámara oscura que capta las luces. Captar luces entre los rangos de 0,6 a 760 lux. Se considera como un porcentaje, el cual es procesado por el bloque lógico, obteniendo un porcentaje aproximado de luminosidad.”

#### Sensores de contacto

13 “El sensor de contacto permite detectar si el bloque que lo posee ha colisionado o no con algún objeto que se encuentre en su trayectoria inmediata. Al tocar una superficie, una pequeña cabeza externa se contrae, permitiendo que una pieza dentro del bloque cierre un circuito eléctrico comience a circular energía, provocando una variación de energía de 0 a 5 V.”

---

<sup>12</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Lego\\_Mindstorms](http://es.wikipedia.org/wiki/Lego_Mindstorms)

<sup>13</sup>[http://es.wikipedia.org/wiki/Lego\\_Mindstorms](http://es.wikipedia.org/wiki/Lego_Mindstorms)

## 5. CONCLUSIONES

1. Se aplicó las matemáticas en el movimiento en línea recta y con giro de un robot, del motor, en el cual se hizo uso de física integrando la física y la electrónica con un robot tipo Lego explicando claramente la función de cada parte que genera movimiento, logrando los objetivos propuestos
2. Las partes que generan el movimiento son los motores, sensores, micro procesadores, explicadas una por una, con sus respectivos ejercicios matemáticos.
3. Uno de los propósitos de esta monografía es lograr ampliar el conocimiento del lector con respecto a fundamentos básicos de electrónica, robótica, matemática y física lo cual le da una mayor comprensión sobre armar un robot, comprendiendo cómo funciona y que partes básicas tiene.
4. Se usó las matemáticas en diferentes áreas como: la ley de Newton para calcular la potencia requerida del motor, la geometría para definir la distancia recorrida encontrando el contorno de la rueda, para controlar la velocidad del servo motor se usó el modelo matemático PWM, se hicieron cálculos para movimientos lineales y de curva y los conceptos matemáticos también de trigonometría, entre otros.
5. Es importante resaltar que para calcular todos los movimientos posibles del robot se requiere procesos elaborados para lograrlo.
6. Se reconoce que la matemática, física, la trigonometría, para este tipo de monografías requiere profundizar en el tema, pero con el nivel del grado once, se logró el objetivo del proyecto propuesto.



## 6. BIBLIOGRAFIA

- 1) Alboukrek, A., Peña, I., Rico, V., Martínez, G., Treviño, R (2006). Diccionario enciclopédico usual (segunda edición). México
- 2) Angeles, J. (2007). fundamentals of robotics. (3a Ed). New York:Chief Frederick F. Ling.
- 3) Barrientos, A. (2007). Fundamentos de la robótica. (2ª Ed). España: McGraw-Hill/interamericana de España, S.A.U.
- 4) Ehrlich, E., Flexener, S., Carruth, G., and Hawkins, J.(1986). Oxford American dictionary. New York. HarperCollinsPublishers.
- 5) Fröhlich, A. (2003, marzo). LEGO RCX Hitachi H8/3292. Recuperado el 4 de febrero del 2013  
de <http://www.lisha.ufsc.br/~guto/teaching/ish/processors/h8/overview.pdf>
- 6) Leo D (2008, agosto 17). números binarios. Recuperado el 4 de febrero del 2013,  
de <http://www.youtube.com/watch?v=KySjjvBEDaA>
- 7) Random hall lego robotics seminar(n.d.). en webmint. Recopilado el 3 de febrero del 2013, de <http://web.mit.edu/sp.742/www/motor.html>
- 8) Serra, E.(2001). Introducción a sensores y elementos de gobierno. Recopilado el 6 de febrero del 2013, de <http://sputnik.epsj23.net/~eserra/docs/sensors/sensors.html>
- 9) Wikipedia. (s.f) Wikipedia. Recuperado el 1 de diciembre 2012, de [http://es.wikipedia.org/wiki/Lego\\_Mindstorms](http://es.wikipedia.org/wiki/Lego_Mindstorms)
- 10) Wikipedia. (s.f) Wikipedia Recuperado el 4 de febrero del 2013, de [http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_binario](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_binario)
- 11) Wikipedia. (s.f) Wikipedia Recuperado el 6 de febrero del 2013, de <http://es.wikipedia.org/wiki/Termostato>
- 12) Wikipedia. (s.f) Wikipedia Recuperado el 6 de febrero del 2013, de [http://es.wikipedia.org/wiki/Motor\\_de\\_corriente\\_continua](http://es.wikipedia.org/wiki/Motor_de_corriente_continua)