

Material de ayuda al profesor de Matemáticas: Análisis y Enfoques

Primera evaluación en 2021

Material de ayuda al profesor de Matemáticas: Análisis y Enfoques

Primera evaluación en 2021

Programa del Diploma

Material de ayuda al profesor de Matemáticas: Análisis y Enfoques

Versión en español del documento publicado en febrero de 2019 con el título
Mathematics: analysis and approaches teacher support material

Publicada en febrero de 2019

Publicada en nombre de la Organización del Bachillerato Internacional, una fundación educativa sin fines de lucro con sede en 15 Route des Morillons, 1218 Le Grand-Saconnex, Ginebra (Suiza),
por

International Baccalaureate Organization Ltd (Reino Unido)
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Wales CF23 8GL
Reino Unido
Sitio web: ibo.org/es

© Organización del Bachillerato Internacional, 2019

La Organización del Bachillerato Internacional (conocida como IB) ofrece cuatro programas educativos exigentes y de calidad a una comunidad de colegios de todo el mundo, con el propósito de crear un mundo mejor y más pacífico. Esta publicación forma parte de una gama de materiales producidos con el fin de apoyar dichos programas.

El IB puede utilizar diversas fuentes en su trabajo y comprueba la información para verificar su exactitud y autoría original, en especial al hacer uso de fuentes de conocimiento comunitario, como Wikipedia. El IB respeta la propiedad intelectual, y hace denodados esfuerzos por identificar a los titulares de los derechos y obtener de ellos la debida autorización antes de la publicación de todo material protegido por derechos de autor utilizado. El IB agradece las autorizaciones recibidas para utilizar los materiales incluidos en esta publicación y enmendará cualquier error u omisión lo antes posible.

El uso del género masculino en esta publicación no tiene un propósito discriminatorio y se justifica únicamente como medio para hacer el texto más fluido. Se pretende que el español utilizado sea comprensible para todos los hablantes de esta lengua y no refleje una variante particular o regional.

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede reproducirse, almacenarse en un sistema de archivo y recuperación de datos ni distribuirse de forma total o parcial, de manera alguna ni por ningún medio, sin la previa autorización por escrito del IB o sin que esté expresamente permitido en la [normativa de uso de la propiedad intelectual del IB](#).

Los artículos promocionales y las publicaciones del IB pueden adquirirse en la [tienda virtual del IB](#) (correo electrónico: sales@ibo.org). Está prohibido el uso comercial de las publicaciones del IB (tanto las incluidas en las tasas como las que se pueden adquirir por separado) por parte de terceros que actúen en el entorno de la Organización del Bachillerato Internacional sin haber establecido una relación formal con ella (incluidos, entre otros, organizaciones que imparten clases, proveedores de desarrollo profesional, empresas editoriales del sector educativo y compañías que ofrecen servicios de planificación curricular o plataformas digitales que brindan recursos a los docentes). Dicho uso comercial solo está permitido con la correspondiente licencia por escrito otorgada por el IB. Las solicitudes de licencias deben enviarse a copyright@ibo.org. Encontrará más información al respecto en [el sitio web del IB](#).

Declaración de principios del IB

El Bachillerato Internacional tiene como meta formar jóvenes solidarios, informados y ávidos de conocimiento, capaces de contribuir a crear un mundo mejor y más pacífico, en el marco del entendimiento mutuo y el respeto intercultural.

En pos de este objetivo, la organización colabora con establecimientos escolares, gobiernos y organizaciones internacionales para crear y desarrollar programas de educación internacional exigentes y métodos de evaluación rigurosos.

Estos programas alientan a estudiantes del mundo entero a adoptar una actitud activa de aprendizaje durante toda su vida, a ser compasivos y a entender que otras personas, con sus diferencias, también pueden estar en lo cierto.



Perfil de la comunidad de aprendizaje del IB

El objetivo fundamental de los programas del Bachillerato Internacional (IB) es formar personas con mentalidad internacional que, conscientes de la condición que las une como seres humanos y de la responsabilidad que comparten de velar por el planeta, contribuyan a crear un mundo mejor y más pacífico.

Como miembros de la comunidad de aprendizaje del IB, nos esforzamos por ser:

INDAGADORES

Cultivamos nuestra curiosidad, a la vez que desarrollamos habilidades para la indagación y la investigación. Sabemos cómo aprender de manera autónoma y junto con otros. Aprendemos con entusiasmo y mantenemos estas ansias de aprender durante toda la vida.

INFORMADOS E INSTRUIDOS

Desarrollamos y usamos nuestra comprensión conceptual mediante la exploración del conocimiento en una variedad de disciplinas. Nos comprometemos con ideas y cuestiones de importancia local y mundial.

PENSADORES

Utilizamos habilidades de pensamiento crítico y creativo para analizar y proceder de manera responsable ante problemas complejos. Actuamos por propia iniciativa al tomar decisiones razonadas y éticas.

BUENOS COMUNICADORES

Nos expresamos con confianza y creatividad en diversas lenguas, lenguajes y maneras. Colaboramos eficazmente, escuchando atentamente las perspectivas de otras personas y grupos.

ÍNTEGROS

Actuamos con integridad y honradez, con un profundo sentido de la equidad, la justicia y el respeto por la dignidad y los derechos de las personas en todo el mundo. Asumimos la responsabilidad de nuestros propios actos y sus consecuencias.

DE MENTALIDAD ABIERTA

Desarrollamos una apreciación crítica de nuestras propias culturas e historias personales, así como de los valores y tradiciones de los demás. Buscamos y consideramos distintos puntos de vista y estamos dispuestos a aprender de la experiencia.

SOLIDARIOS

Mostramos empatía, sensibilidad y respeto. Nos comprometemos a ayudar a los demás y actuamos con el propósito de influir positivamente en la vida de las personas y el mundo que nos rodea.

AUDACES

Abordamos la incertidumbre con previsión y determinación. Trabajamos de manera autónoma y colaborativa para explorar nuevas ideas y estrategias innovadoras. Mostramos ingenio y resiliencia cuando enfrentamos cambios y desafíos.

EQUILIBRADOS

Entendemos la importancia del equilibrio físico, mental y emocional para lograr el bienestar propio y el de los demás. Reconocemos nuestra interdependencia con respecto a otras personas y al mundo en que vivimos.

REFLEXIVOS

Evaluamos detenidamente el mundo y nuestras propias ideas y experiencias. Nos esforzamos por comprender nuestras fortalezas y debilidades para, de este modo, contribuir a nuestro aprendizaje y desarrollo personal.

El perfil de la comunidad de aprendizaje engloba diez atributos valorados por los Colegios del Mundo del IB. Estamos convencidos de que estos atributos, y otros similares, pueden ayudar a personas y grupos a ser miembros responsables de las comunidades locales, nacionales y mundiales.

Índice

Introducción y orientación general	1
Objetivos e información general	1
Breve descripción de Matemáticas: Análisis y Enfoques	2
Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje	3
El dominio cognitivo del lenguaje académico y las matemáticas	11
Estructuración de los cursos y creación de conexiones	14
Estructuración de los cursos de Matemáticas	14
Integración del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB	16
El equipo de herramientas	17
Apoyo para las actividades en el aula	17
Activadores cognitivos	18
Comprensiones conceptuales	20
Uso de medios tecnológicos	22
Modelización matemática	24
Demostración	26
Evaluación	28
Preparación para la exploración de evaluación interna	28
Planificación	32
Autoría original	35
Criterios de evaluación	36
Preguntas frecuentes acerca de la evaluación interna	41
Preparación para la prueba 3 del NS	45
Apéndices	47
Lista de temas presentados para la evaluación interna en años anteriores	47
Lecturas complementarias	51
Videos	53

Objetivos e información general

Bienvenido al *Material de ayuda al profesor de Matemáticas*. Este material de ayuda al profesor se ha diseñado para brindar apoyo tanto a los nuevos profesores como a los que tienen experiencia, ya sea para trabajar desde cero en el diseño del curso o para revisarlo de manera que refleje los objetivos generales y específicos del nuevo programa de estudios de Matemáticas.

El material de ayuda al profesor ha sido diseñado para:

- Brindar apoyo tanto a los profesores con experiencia como a aquellos que no la tienen, con respecto a la estructura y la impartición del curso
- Brindar apoyo a los profesores en la organización de los trabajos prácticos y de investigación
- Complementar el desarrollo profesional del IB

El material de ayuda al profesor se ha estructurado de forma que cubre cuestiones genéricas tales como los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje y Teoría del Conocimiento (TdC), y la relación de estas cuestiones con las matemáticas, así como consideraciones específicas para impartir la asignatura.

El material de ayuda al profesor consta de las tres secciones siguientes:

- Estructuración de los cursos y creación de conexiones: sugerencias y consejos prácticos para organizar las clases, un resumen de los cambios que introduce el programa de estudios de 2019 con respecto al de 2012, e información general sobre la estructura de los cursos.
- El equipo de herramientas: ejemplos de actividades en el aula que favorecen el desarrollo de la indagación, la demostración, la modelización y el uso de la tecnología. Estas actividades se pueden utilizar tal como aparecen en este material, o bien se pueden adaptar. Están concebidas para orientar a los profesores y animarlos a crear sus propios recursos. Incluyen también materiales que se pueden descargar para usarlos con los alumnos.
- Evaluación: consejos prácticos de profesores y examinadores con experiencia sobre cómo preparar a los alumnos para la evaluación interna y la prueba 3 del NS.

Este material de ayuda al profesor ha sido preparado por profesionales con experiencia para asistir a los profesores en el diseño y la impartición de esta asignatura en una variedad de colegios. No se trata de un recurso prescriptivo ni exhaustivo para abordar cada cuestión relativa al curso.

Breve descripción de Matemáticas: Análisis y Enfoques

Este curso reconoce la necesidad de contar con conocimientos analíticos en un mundo en el que la innovación depende cada vez más de una profunda comprensión de las matemáticas. Incluye temas que tradicionalmente han formado parte de cursos preuniversitarios de matemáticas (por ejemplo, funciones, trigonometría y análisis), además de temas que se prestan a la investigación, la formulación de conjeturas y la demostración (como el estudio de las progresiones y series en el Nivel Medio y el Nivel Superior, y la demostración mediante inducción matemática en el Nivel Superior).

El curso permite usar medios tecnológicos, pues es importante dominar los programas informáticos de matemáticas pertinentes y la tecnología portátil independientemente del curso que se elija. Sin embargo, hace un fuerte hincapié en la capacidad de elaborar, comunicar y justificar argumentos matemáticos correctos. Reconoce que el desarrollo del pensamiento matemático es importante para los alumnos.

Los alumnos que elijan esta asignatura, ya sea en el Nivel Medio (NM) o el Nivel Superior (NS), deben sentirse cómodos manipulando expresiones algebraicas, disfrutar reconociendo patrones y comprender la generalización matemática de esos patrones. Los alumnos que deseen cursar Matemáticas: Análisis y Enfoques en el NS contarán con sólidas habilidades algebraicas y la capacidad de entender demostraciones simples. Serán alumnos que disfruten dedicando tiempo a resolver problemas y que encuentren satisfacción en la resolución de problemas difíciles.

Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje

El término “enfoques de la enseñanza y el aprendizaje” en el Programa del Diploma se refiere a las estrategias, habilidades y actitudes deliberadas que permean el entorno de enseñanza y aprendizaje. Estos enfoques y herramientas, que están intrínsecamente relacionados con los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB, potencian el aprendizaje de los alumnos y los ayudan a prepararse para la evaluación del Programa del Diploma y mucho más.

Los objetivos generales de los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje en el Programa del Diploma son los siguientes:

- Brindar herramientas a los docentes para que, además de impartir conocimientos, puedan infundir en los alumnos una actitud activa de aprendizaje
- Brindar apoyo a los docentes en el desarrollo de estrategias más claras que les permitan ofrecer a los alumnos experiencias de aprendizaje significativas en las que tengan que utilizar una indagación estructurada y un mayor pensamiento crítico y creativo
- Promover los objetivos generales de cada asignatura para que sean algo más que las aspiraciones del curso y establecer conexiones entre conocimientos hasta entonces aislados (simultaneidad del aprendizaje)
- Animar a los alumnos a desarrollar una variedad definida de habilidades que les permitan continuar aprendiendo activamente después de dejar el colegio, y ayudarlos no solo a acceder a la universidad por tener mejores calificaciones sino también a prepararse para continuar con éxito la educación superior y la vida posterior
- Potenciar aún más la coherencia y la pertinencia de la experiencia del Programa del Diploma que reciben los alumnos
- Permitir a los colegios reconocer el carácter distintivo de la educación del Programa del Diploma del IB, con su mezcla de idealismo y sentido práctico

Los cinco enfoques del aprendizaje (desarrollar habilidades de pensamiento, habilidades sociales, habilidades de comunicación, habilidades de autogestión y habilidades de investigación), junto con los seis enfoques de la enseñanza (enseñanza basada en la indagación, centrada en conceptos, contextualizada, colaborativa, diferenciada y guiada por la evaluación), abarcan los principales valores en los que se basa la pedagogía del IB.

Para obtener más información y apoyo con respecto a estos enfoques de la enseñanza y el aprendizaje, consulte la sección “Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje” en la guía de la asignatura. Además, en el Centro de recursos para los programas se encuentra disponible una serie de materiales sobre los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje en el Programa del Diploma. La orientación que se ofrece a continuación se basa en esos recursos.

Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje y Matemáticas

La siguiente articulación de los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje sirve solo como orientación y demostración de la forma en que Matemáticas facilita, como curso, el desarrollo de estas habilidades. Los enlaces y ejemplos que se ofrecen no son exhaustivos, y tanto los profesores como los alumnos pueden identificar otras formas en que estas habilidades se relacionan con la enseñanza y el aprendizaje en Matemáticas.

Seis enfoques de la enseñanza

1. La enseñanza basada en la indagación
2. La enseñanza centrada en la comprensión conceptual
3. La enseñanza desarrollada en contextos locales y globales
4. La enseñanza centrada en el trabajo en equipo y la colaboración eficaces
5. La enseñanza diferenciada para satisfacer las necesidades de todos los alumnos
6. La enseñanza guiada por la evaluación (formativa y sumativa)

Cinco enfoques del aprendizaje

1. Habilidades de pensamiento
2. Habilidades sociales
3. Habilidades de comunicación
4. Habilidades de autogestión
5. Habilidades de investigación

Enfoques de la enseñanza

La indagación y Matemáticas

Los objetivos generales de los cursos de Matemáticas hacen hincapié en desarrollar la curiosidad de los alumnos y capacitarlos para usar recursos externos de manera que puedan ampliar su comprensión de las matemáticas de manera independiente. Estos objetivos generales pueden lograrse mediante la indagación matemática. En Matemáticas del PD, la enseñanza basada en la indagación es un enfoque pedagógico que permite a los alumnos desarrollar la comprensión conceptual.

La enseñanza basada en la indagación

La idea que guía la enseñanza basada en la indagación en los programas del IB es desarrollar la curiosidad natural de los alumnos junto con las habilidades de autogestión, pensamiento, investigación y aprendizaje colaborativo, para que puedan convertirse en alumnos motivados y autónomos con una actitud de aprendizaje durante toda la vida.

Hay diferentes tipos de aprendizaje basado en la indagación, que incluyen:

- El aprendizaje experiencial
- El aprendizaje basado en la resolución de problemas y en la realización de proyectos
- El aprendizaje por descubrimiento

El aspecto más significativo de la enseñanza basada en la indagación es que los alumnos participan activamente en su propio aprendizaje, construyendo su propia comprensión.

Los profesores de Matemáticas del PD deben proporcionar a los alumnos oportunidades de aprender mediante la indagación matemática. Al planificar las clases, deben incorporar niveles de indagación adecuados (estructurada, guiada y abierta) que se ajusten a las distintas necesidades de los alumnos. En un aula en la que se lleva a cabo una enseñanza basada en la indagación hay mucha interacción entre los alumnos, y entre estos y el profesor. La función principal del docente, en ese contexto, es fomentar las preguntas y facilitar el proceso de aprendizaje.

Las preguntas matemáticas esenciales o de orientación que incluyen datos, conceptos y conocimientos debatibles estimulan la curiosidad de los alumnos. Los alumnos tienen cierta libertad para tomar decisiones sobre cómo proceder en su aprendizaje, que suele ir de lo concreto a lo abstracto.

La comprensión conceptual y Matemáticas

En los cursos de Matemáticas del PD, la comprensión conceptual es clave para favorecer la profundidad del aprendizaje. Esta comprensión conceptual tiene como base doce conceptos fundamentales que se

relacionan en distinta medida con cada uno de los cinco temas del programa de estudios. Los profesores pueden utilizar estos conceptos para desarrollar el currículo. Asimismo, los colegios pueden identificar y desarrollar conceptos adicionales para cumplir con los requisitos curriculares locales y adaptarlos a sus circunstancias concretas.

En la guía de la asignatura, cada tema comienza con una descripción de los conocimientos esenciales que se van a adquirir, sugerencias de conceptos que son fundamentales para el tema y una serie de enunciados sobre la comprensión conceptual pertinente al contenido del tema.

La enseñanza centrada en la comprensión conceptual

Una motivación importante para adoptar la enseñanza centrada en la comprensión conceptual en los programas del IB es ayudar a los alumnos a desarrollar su capacidad de analizar ideas importantes y complejas. También resulta valioso discutir los “conocimientos esenciales” subyacentes en un tema, lo cual puede ayudar a los alumnos a llegar a la esencia de **por qué** aprenden lo que aprenden.

Para entender la función de los conceptos en el proceso de formación de comprensiones duraderas y significativas, es útil pensar en los conceptos como los bloques con los que se construyen los marcos cognitivos de los alumnos. Cuando aprenden a nivel conceptual, los alumnos integran conocimientos nuevos en las comprensiones que ya tienen. Aprenden cómo temas aparentemente independientes están vinculados entre sí y se preparan para transferir su aprendizaje a contextos nuevos. De este modo, pueden abordar una asignatura desde un punto de vista holístico. En un aula en la que se enseña con un enfoque conceptual hay un movimiento continuo entre los datos y lo que significan, y los alumnos preguntan por qué los datos son importantes como parte natural de su proceso de aprendizaje.

Los contextos locales y globales y Matemáticas

La *Guía de Matemáticas* incluye enlaces a aplicaciones reales, cuando corresponde, que permiten a los alumnos contextualizar las matemáticas que aprenden. Los temas del curso cuentan con numerosas aplicaciones en otras disciplinas. Cuando resulte apropiado, los conceptos matemáticos se deben enseñar en un contexto real con el fin de ayudar a los alumnos a entender fenómenos locales y globales. Se debe presentar a los alumnos el contenido y el contexto adecuados para que puedan interpretar cada concepto matemático de manera global. Por ejemplo, los alumnos pueden aprender sobre el crecimiento y el decrecimiento exponencial en el contexto de la propagación de enfermedades para comprender mejor la propagación del cólera en África.

La enseñanza desarrollada en contextos locales y globales

Como individuos jóvenes y como miembros de comunidades locales y globales, los alumnos entienden el mundo a través de sus experiencias de vida y el mundo que los rodea. Los programas del IB hacen hincapié en una enseñanza contextualizada porque, cuanto mayor sea la relación que los alumnos pueden establecer entre su aprendizaje y contextos del mundo real, más probable será que se involucren en él. Los programas del IB también permiten a los alumnos aplicar su aprendizaje; la enseñanza contextualizada, como la enseñanza conceptual, ayuda a los alumnos a llegar a la esencia de por qué aprenden lo que aprenden.

Con el fin de comprender la importancia de los contextos para un aprendizaje pertinente, resulta útil concebirlas como marcos de referencia para los alumnos. Cuando aprenden de manera contextualizada, los alumnos cimientan ideas abstractas e información nueva en situaciones del mundo real que les resultan familiares. En un aula en la que se lleva a cabo una enseñanza contextualizada, los conceptos y las teorías se relacionan con ejemplos, ilustraciones y relatos accesibles y significativos, que a su vez fundamentan otras comprensiones conceptuales y teóricas.

El trabajo en equipo y la colaboración eficaces y Matemáticas

Los cursos de Matemáticas animan a los alumnos a ser conscientes de distintos enfoques y distintas interpretaciones en las matemáticas. Poder discutir y compartir maneras de abordar las matemáticas estudiadas y justificar diferentes interpretaciones brinda una oportunidad de aprendizaje rica y significativa. Los alumnos pueden desarrollar su capacidad de escucharse y responderse unos a otros de

una manera crítica y respetuosa y es posible que, a veces, descubran que sus propios enfoques o interpretaciones pueden verse influidos por las opiniones de otras personas y que ellos mismos también pueden influir en los enfoques o interpretaciones de otros.

En Matemáticas, se pueden crear actividades que animen a los alumnos a trabajar eficazmente en equipo. Por ejemplo, pueden colaborar al comienzo de una actividad para recabar ideas, información o datos; durante la actividad, pueden asumir diferentes funciones, como analizar datos, comprobar el trabajo de otro alumno, ofrecer comentarios sobre un enfoque o valorar críticamente una interpretación de un modelo para ayudar al grupo a seguir progresando; y al final de una actividad, pueden presentar sus enfoques o interpretaciones a la clase como grupo.

El trabajo en grupo podría incluir el uso de programas informáticos para crear juntos actividades en forma de rompecabezas o dominó, la creación de un problema por parte de un alumno para que uno o varios de sus compañeros lo resuelvan, o la creación conjunta de un mapa conceptual al comienzo de un pequeño proyecto. Dentro y fuera del aula de Matemáticas, los paquetes para compartir documentos son una herramienta eficaz que los alumnos pueden utilizar para crear y compartir sus apuntes en cada tema. Al final de una unidad de trabajo, los alumnos pueden trabajar en grupos para poner en común sus conocimientos y su comprensión de las conexiones existentes entre el tema y otros temas que hayan estudiado. Los profesores pueden pedir a los alumnos que, al final de cada unidad, recapitulen en grupos y plasmen sus ideas en un póster o en un muro interactivo (Padlet) en línea.

La exploración de evaluación interna supone una experiencia de aprendizaje muy valiosa, ya que los alumnos someten su trabajo a un proceso de revisión por pares y deben hacer comentarios constructivos sobre el tema tratado y sobre la interpretación y comprensión de los criterios de evaluación.

La enseñanza centrada en el trabajo en equipo y la colaboración eficaces

Los programas del IB reconocen que el aprendizaje es una actividad social. Alumnos y profesores se unen, cada uno de ellos con sus propias experiencias de vida, creencias, ideas, puntos fuertes y puntos débiles. El aprendizaje es el resultado de esas interacciones complejas entre individuos que son únicos.

Un aspecto importante del proceso de aprendizaje son los comentarios frecuentes de alumnos a profesores sobre lo que entienden y lo que todavía no han entendido. Los comentarios concretos y constructivos que los profesores proporcionan a los alumnos sobre su desempeño son, de manera similar, cruciales para el aprendizaje.

La satisfacción de las necesidades de todos los alumnos y Matemáticas

La estructura del curso permite a los profesores decidir cómo este procederá y elegir materiales adecuados y accesibles para sus alumnos. Poder complementar los contenidos con una amplia gama de videos, medios tecnológicos, estrategias, tipos de actividades, etc. también brinda a los profesores oportunidades de diferenciar y ofrecer enfoques o interpretaciones alternativos sobre los conceptos y temas que se discuten.

La enseñanza diferenciada para satisfacer las necesidades de todos los alumnos

Los programas del IB fomentan un acceso equitativo al currículo para todos los alumnos. La diferenciación implica una planificación que tiene en cuenta las diferencias entre los alumnos mediante la utilización de diversos enfoques de enseñanza, la implementación de diversas actividades de aprendizaje y la provisión de diversos formatos y modos de exploración del conocimiento y de la comprensión para los alumnos. También implica identificar, con cada alumno, las estrategias más eficaces para que este desarrolle, trate de alcanzar y logre objetivos de aprendizaje realistas y motivadores. En el contexto de la educación del IB, a menudo es necesario tener especialmente en cuenta las habilidades y los perfiles lingüísticos de los alumnos. Reafirmar la identidad de los alumnos y valorar sus conocimientos previos son aspectos importantes para tratarlos como individuos únicos y ayudarlos a desarrollarse de forma holística como jóvenes.

La evaluación y Matemáticas

Las tareas de evaluación tanto interna como externa de Matemáticas reflejan los objetivos generales del curso. En las matemáticas es esencial poder demostrar pensamiento crítico y capacidad de resolver problemas. Las tareas de evaluación se han diseñado para facilitar esa labor. La exploración de evaluación interna brinda a los alumnos la oportunidad de demostrar sus conocimientos y su comprensión sobre un área de las matemáticas que les interesa, así como de participar en una actividad que les permite experimentar lo que supone ser un matemático.

Los criterios de evaluación del curso deben presentarse a los alumnos lo antes posible, y debe hacerse referencia a ellos con regularidad, en términos de las habilidades que se estén desarrollando en todo el proceso de aprendizaje. Los alumnos deben tener una comprensión clara de cómo se los va a evaluar y de las expectativas del curso.

Los comentarios de los profesores son cruciales y deben permitir a los alumnos hacer un seguimiento de sus propios progresos y reflexionar sobre su aprendizaje y desarrollo de habilidades.

La enseñanza guiada por la evaluación (formativa y sumativa)

En los programas del IB, la evaluación desempeña un papel clave tanto para apoyar el aprendizaje como para medirlo. Las evaluaciones formales del Programa del Diploma se basan en los objetivos generales y los objetivos de evaluación de cada curso y, por lo tanto, unas directrices eficaces para cumplir estos requisitos garantizan también una enseñanza eficaz. Las evaluaciones formativas que desarrollan los profesores son herramientas y procesos para mejorar el aprendizaje de los alumnos. Son más eficaces cuando proporcionan información tanto a los alumnos como a los profesores: los alumnos reciben comentarios sobre su desempeño y los profesores se enteran de lo que los alumnos entienden, los problemas que tienen y lo que les resulta interesante. Además de mediante las tareas de evaluación, tales comentarios se pueden proporcionar de una manera más informal.

Enfoques del aprendizaje

Las habilidades de pensamiento y Matemáticas

Las habilidades de pensamiento, y especialmente el pensamiento crítico, se desarrollan y practican continuamente en Matemáticas; se desafía a los alumnos a aplicar sus conocimientos y habilidades en contextos con los que no están familiarizados o en problemas abstractos. Las habilidades de pensamiento se desarrollan más mediante el énfasis en la enseñanza basada en la comprensión conceptual y el establecimiento de conexiones entre distintos temas. Se anima a los alumnos de Matemáticas a abordar de manera crítica los enfoques o las interpretaciones de los problemas.

Habilidades de pensamiento

Los programas del IB se precian de brindar a los alumnos oportunidades de desarrollar sus habilidades de pensamiento y una conciencia de sí mismos como pensadores y personas que aprenden. Ser “pensadores” es uno de los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB, y se refiere a aplicar, por propia iniciativa, habilidades intelectuales de manera crítica y creativa para reconocer y abordar problemas complejos, y para tomar decisiones razonadas y éticas.

Las habilidades de pensamiento consisten en un gran número de habilidades relacionadas. En el Programa del Diploma, se pone especial énfasis en habilidades como la metacognición, la reflexión, el pensamiento crítico, el pensamiento creativo y la transferencia. La metacognición, o el control de los propios procesos cognitivos del aprendizaje, se puede considerar como una base para el desarrollo de otras habilidades de pensamiento. Al practicar la metacognición, los alumnos piensan en las formas en las cuales procesan información, hallan patrones y construyen comprensiones conceptuales. Una vez que son conscientes de que están usando diversas técnicas y estrategias para realizar hasta las tareas de aprendizaje más básicas, se les puede animar a plantearse si hay formas más eficaces o eficientes de conseguir los mismos resultados, y a probar y evaluar esas nuevas formas. De manera similar, la reflexión es una habilidad de pensamiento que desempeña un papel fundamental en la mejora del aprendizaje. Al practicar la reflexión, los alumnos

piensan en el éxito, el valor u otras características de su aprendizaje. Los objetivos generales, los objetivos de evaluación y las tareas de evaluación de las asignaturas del Programa del Diploma hacen hincapié en las habilidades de pensamiento de orden superior, como el pensamiento crítico, el pensamiento creativo y la transferencia.

Las habilidades de comunicación y Matemáticas

En Matemáticas, las habilidades de comunicación se practican de varias maneras distintas; como asignatura, invita a adoptar enfoques de la enseñanza que fomenten el diálogo y la discusión, pero también requiere reflexionar sobre cómo se expresan las matemáticas tanto oralmente como por escrito. Esa discusión puede revelar perspectivas alternativas con respecto a la resolución de problemas.

Habilidades de comunicación

Las habilidades de comunicación son importantes en los programas del IB, pero también son parte esencial de una dinámica más amplia de la comunidad de aprendizaje: ayudan a formar y mantener buenas relaciones entre los alumnos, y entre los alumnos y los adultos. Además, ser capaz de comunicarse bien contribuye al desarrollo de la confianza de un alumno en sí mismo y mejora sus perspectivas de futuro, ya que las habilidades de comunicación son un ingrediente clave del éxito en la vida laboral.

Las habilidades de comunicación consisten en un grupo de habilidades y formas de comunicación diferentes. La capacidad de escuchar y entender mensajes orales variados, leer y entender diversos textos escritos y otras formas de comunicación, y responder de manera clara y convincente de forma oral, escrita y digital es, en todos los casos, parte de cómo los alumnos interactúan con otras personas en el mundo. Algunas de estas formas de comunicación son independientes de la época y la cultura, pero interactuar en el espacio digital y con él es un elemento significativo de la comunicación y la interacción social de la mayoría de los alumnos. Las actividades a través de Internet, que a menudo se basan en la colaboración, presentan oportunidades muy interesantes para el desarrollo de las habilidades de comunicación de los alumnos.

Las habilidades sociales y Matemáticas

Hay fuertes correlaciones entre las habilidades sociales, las habilidades afectivas y la capacidad de reflexionar. Estos elementos tienen una función muy importante en los cursos de Matemáticas. Gran parte de los contenidos y las habilidades que se aprenden en estos cursos instarán a los alumnos a plantearse sus propias comprensiones y la manera en que las comunican a otras personas. Se debe plantear a los alumnos el desafío de considerar la relación que existe entre los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB y las matemáticas. Por ejemplo, ¿qué relación hay entre ser solidarios e íntegros y lo que aprenden en Matemáticas? La estructura de las guías de Matemáticas del PD brinda oportunidades a los alumnos para apreciar cómo otras culturas han contribuido al conocimiento de las matemáticas. Esto, junto con la sección de la guía que aborda la mentalidad internacional, se puede utilizar para suscitar discusiones en clase en las que los alumnos reflexionen sobre sus propios puntos de vista y los de los demás.

Habilidades sociales

Las habilidades sociales están estrechamente relacionadas con las habilidades de comunicación y son quizás aún más importantes que estas en los programas del IB, por el papel que desempeñan en el desarrollo integral del alumno y el valor que tiene la comunidad en el aprendizaje. Un punto de partida para el desarrollo de las habilidades sociales de los alumnos es reconocer que las personas son muy diferentes en cuanto al nivel de introversión o extroversión que tienen y que se deben respetar esas diferencias. De manera similar, distintas culturas tienen expectativas diferentes con respecto a las conductas apropiadas en situaciones sociales. Poder entender las perspectivas de los demás, establecer buenas relaciones y regular las emociones y conductas propias son aspectos centrales de muchos de los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB y de la aspiración del IB de formar alumnos con mentalidad internacional. El colegio, una comunidad tan formativa en la vida de los jóvenes, puede tener una función significativa en el desarrollo de sus habilidades sociales y emocionales.

Las habilidades de autogestión y Matemáticas

Los alumnos del IB también necesitan aprender a perseverar y ser emocionalmente estables como individuos. Además de ser una habilidad muy positiva para sus estudios y su vida laboral posteriores, aprender a autogestionarse es importante para los alumnos en un programa educativo exigente como el Programa del Diploma.

El curso de Matemáticas del PD se basa en la resolución de problemas y precisa que los alumnos utilicen los ciclos de indagación y modelización. Con frecuencia, en este contexto, también requiere que desarrollen sus propias estrategias. A tal efecto, a menudo los alumnos deben perseverar si no encuentran una solución inmediatamente. El IB promueve la creación de oportunidades educativas que planteen objetivos estimulantes a los alumnos y les ayuden a desarrollar la persistencia necesaria para lograrlos.

Los cursos de Matemáticas del PD animan a los alumnos a analizar y proponer soluciones a problemas reales, y este se considera uno de sus desafíos. Los alumnos necesitan habilidades de autogestión para aprender a ser perseverantes en la resolución de problemas. A fin de resolver un problema, necesitan seguir un proceso secuencial que se resume en los procesos de indagación y modelización. Primero tienen que entender el problema y, después, idear un plan, crear posibles soluciones e interpretar sus respuestas. Los alumnos pueden tener dificultades a lo largo del proceso y es posible que no sean capaces de resolver el problema. En tal caso, es muy importante que los profesores fomenten una mentalidad de crecimiento y hagan hincapié en que con esfuerzo, dedicación y perseverancia se puede llegar a una comprensión.

La tarea de la exploración de evaluación interna también requiere que los alumnos planifiquen y organicen su tiempo, que se aseguren de contar con las técnicas de investigación adecuadas y la tenacidad que necesitan para el trabajo matemático, que reflexionen al respecto, y que hagan un seguimiento de sus propios progresos. Es una parte importante del curso, ya que permite a los alumnos emprender actividades matemáticas auténticas. El tiempo que se destina al equipo de herramientas está concebido para ofrecer a los alumnos diversas estrategias que les ayudarán en el estudio de los contenidos del curso y que serán sumamente valiosas para realizar con éxito la exploración de evaluación interna.

Habilidades de autogestión

Las habilidades de autogestión consisten en habilidades de organización, como la fijación de objetivos y la gestión eficaz del tiempo y de las tareas, y habilidades afectivas, como la gestión del estado mental, de la motivación y de la resiliencia.

Al igual que otras habilidades de aprendizaje, las de autogestión se pueden ejemplificar y practicar. Para los alumnos del Programa del Diploma, la gestión del tiempo suele ser una habilidad de organización especialmente pertinente. Las estrategias para mejorar la gestión del tiempo incluyen dividir los trabajos en etapas asequibles y ponerse un plazo para cada etapa, hacer planes de repaso y estudio para pruebas y exámenes, y preparar calendarios de estudio. Un aspecto importante de estas estrategias es que, además de la manera en que influyen en el uso del tiempo de los alumnos, les dan una percepción de un mayor control de su tiempo.

A su vez, las habilidades de autogestión eficaces permiten a los alumnos adquirir cierto control de su estado de ánimo, su motivación y su capacidad de afrontar los contratiempos y las dificultades. Un entorno escolar en el que los alumnos sienten que tienen cierto grado de autonomía e independencia, en el que no necesitan hacer bien las cosas en el primer intento, en el que se establecen objetivos que suponen un desafío pero no son excesivamente difíciles e incluso en el que se enseñan técnicas psicológicas como el entrenamiento para lograr la consciencia plena puede apoyar el desarrollo de las habilidades eficaces de los alumnos.

Las habilidades de investigación y Matemáticas

Las habilidades de investigación en Matemáticas reflejan en gran medida los enfoques del aprendizaje y se centran en la comprensión conceptual y la indagación. A lo largo del curso de Matemáticas, los alumnos abordan métodos y conceptos que han sido desarrollados por otras personas. Sin embargo, la exploración de evaluación interna les da la oportunidad de demostrar su propio trabajo y comprensión de un área de las matemáticas que les interesa. El objetivo de esta tarea es brindar a los alumnos la experiencia de **hacer matemáticas** y la oportunidad de reflexionar sobre esa práctica.

Habilidades de investigación

Las habilidades de investigación son un elemento central de la pedagogía basada en la indagación de los programas del IB. Si bien las buenas habilidades de investigación siempre han sido fundamentales para el trabajo académico, la disponibilidad de recursos digitales y el extraordinario aumento de la cantidad de información a la que pueden acceder fácilmente los alumnos hacen que el desarrollo de las habilidades de investigación sea especialmente pertinente en la educación actual. Además, aprender a trabajar con probidad académica y respetar las contribuciones intelectuales de los demás es un aspecto importante del aprendizaje en todos los programas del IB.

Las habilidades de investigación fundamentales incluyen formular preguntas de investigación precisas y centradas en un tema determinado, evaluar fuentes, registrar, analizar, evaluar y sintetizar información, y presentar y evaluar los resultados.

Además, la investigación en la actualidad exige validar, comparar y contrastar mucho más la información disponible y acotar el volumen de datos a una cantidad manejable, lo cual supone tener criterio respecto a lo que es pertinente. A pesar de que navegan y se comunican con confianza a través de Internet, los alumnos a menudo carecen de las habilidades de gestión de la información que necesitan para el tipo de investigación eficaz y autónoma que se espera que lleven a cabo en el contexto de sus indagaciones.

El dominio cognitivo del lenguaje académico y las matemáticas

Un esquema para el uso del dominio cognitivo del lenguaje académico

Los alumnos del IB deben llegar a usar con fluidez el lenguaje académico asociado con cada una de las asignaturas que estudian para que puedan participar plenamente y demostrar su competencia. Las matemáticas tienen su propio lenguaje en el que muchas palabras cotidianas tienen un significado diferente y, a menudo, mucho más preciso. Este lenguaje también incorpora símbolos matemáticos y representaciones que deben ser comprendidos e interpretados. La precisión es lo que permite a las matemáticas ser una poderosa forma de conocimiento y constituye la base del pensamiento matemático. La comprensión consensuada de significados entre matemáticos a nivel global permite a estos comunicarse entre sí, colaborar y progresar en sus iniciativas matemáticas. Al desarrollar su comprensión matemática, los alumnos están desarrollando su dominio cognitivo del lenguaje académico (DCLA).

La tabla siguiente es un esquema que ayuda a los profesores a planificar estrategias para el desarrollo del dominio cognitivo del lenguaje académico en los alumnos como parte del aprendizaje en el marco de la asignatura.

Figura 1

Un esquema para la planificación del desarrollo del dominio cognitivo del lenguaje académico (DCLA)

Dominio Cognitivo del Lenguaje Académico	PEDAGOGÍA				DCLA ampliado
	Conocimientos previos	Andamiaje para:			
H A B I L I D A D E S	Activación y fortalecimiento de conocimientos previos	Nuevo <i>input</i> comprensible	Procesamiento de nuevo <i>input</i>	Nuevo <i>output</i> comprensible	Demostración y aplicación
Comprensión auditiva					
Expresión oral					
Interacción					
Comprensión lectora					
Expresión escrita					
Pensamiento					

Comprensión del esquema para la planificación del desarrollo del dominio cognitivo del lenguaje académico

Este esquema está organizado en forma de tabla. Las habilidades que constituyen el dominio cognitivo del lenguaje académico (incluidas las habilidades de pensamiento, que favorecen el dominio del lenguaje académico) se disponen en filas, mientras que la pedagogía se dispone en columnas.

Activación de conocimientos previos

Los conocimientos previos son los conocimientos con los que ya cuenta un alumno respecto al lenguaje de la asignatura. Estos conocimientos pueden proceder de un curso previo y pueden corresponderse a una lengua totalmente diferente. Cuando estos se activan, proporcionan una base para un nuevo aprendizaje.

Andamiaje y práctica

El andamiaje es una estrategia que permite a los alumnos construir sobre la base de sus conocimientos previos para ampliar su aprendizaje de forma que puedan realizar tareas de un mayor grado de dificultad. Las actividades de andamiaje consideran la contextualización, de forma que el nuevo *input* de aprendizaje tenga pleno significado. El nuevo aprendizaje se adquiere plenamente a través de la práctica.

Demostración del dominio cognitivo del lenguaje académico

La demostración y aplicación independiente de nuevo dominio cognitivo del lenguaje académico en situaciones nuevas y diversas es un signo de aprendizaje fructífero. Este nuevo aprendizaje pasará a formar parte de la base de conocimientos del alumno. Sobre esta base, en el siguiente ciclo se podrán agregar más aprendizajes nuevos o ampliar los actuales.

Uso del esquema para la planificación del desarrollo del dominio cognitivo del lenguaje académico

No se espera que se incluya información detallada en todas las celdas de la tabla en cada caso. Es probable que en muchas ocasiones una clase se centre únicamente en algunas habilidades y aspectos de la pedagogía. No obstante, sería recomendable asegurarse de que se aborden adecuadamente todas las dimensiones del esquema a lo largo de un determinado período de tiempo o una serie de clases.

Pedagogía adicional: afirmación de la identidad

La afirmación de la identidad de los alumnos es un principio pedagógico fundamental para el éxito del aprendizaje en el cual se integran las actividades para el desarrollo del dominio cognitivo del lenguaje académico. La afirmación de la identidad incluye la valoración explícita de los conocimientos y las habilidades de los alumnos en todas sus lenguas, y el reconocimiento de estos como recursos para la enseñanza y el aprendizaje de nuevas formas de pensamiento y conocimiento.

Las actividades siguientes están concebidas para desarrollar el dominio cognitivo del lenguaje académico en Matemáticas.

Operaciones con números expresados de la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y k es un número entero

El análisis de gráficos

Operaciones con vectores y ecuaciones de la recta

Estructuración de los cursos de Matemáticas

Hay numerosas formas de estructurar los cursos de Matemáticas del Programa del Diploma. Las 60 horas de contenidos comunes a ambos cursos del NM, así como el hecho de que los cursos del NM son un subconjunto de los cursos del NS, hacen posible organizar la enseñanza empleando numerosos modelos diferentes. Asimismo, permite a los colegios plantearse cuáles se adaptan a sus circunstancias y adoptar el que mejor responde a sus necesidades.

Las guías de Matemáticas, publicadas en 2019 (primera evaluación en 2021), contienen todos los detalles acerca de la naturaleza y los contenidos de los cursos. Esta sección del material de ayuda al profesor está concebida para ayudar a los profesores y los colegios a considerar las distintas maneras en que se pueden estructurar las clases.

El modelo exacto elegido por cada colegio puede depender de muchos factores, tales como:

- Las necesidades de los alumnos, sus capacidades, aspiraciones y motivaciones
- Los recursos disponibles, incluido el número de docentes y de aulas
- El conjunto de habilidades de los profesores
- El número de alumnos matriculados en un curso determinado
- Las limitaciones relativas a la programación de horarios
- El número de horas lectivas en el NM y el NS, que guarda una relación de 5:8 (150 horas en el NM y 240 horas en el NS)

Al considerar estos factores, también cabe tener en cuenta que el curso de Matemáticas: Análisis y Enfoques —tanto en el NM como en el NS— hace un amplio uso de la tecnología, por lo que sería deseable tener acceso a computadoras u otros dispositivos en algunas clases para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Consideraciones generales

Sea cual sea el modelo utilizado para la enseñanza de Matemáticas (teniendo en cuenta los diferentes enfoques de las dos asignaturas), habrá oportunidades para que los alumnos que estudian cursos distintos colaboren entre sí. La ventaja de esa colaboración es que los alumnos podrán apreciar la naturaleza cohesiva de las matemáticas y la interrelación de su aprendizaje. Puede programarse mientras los alumnos trabajan en la tarea de evaluación interna, con una clase basada en la indagación sobre los contenidos comunes, o con oportunidades en las que los alumnos de uno de los cursos puedan proporcionar apoyo a los alumnos de otro en lo que respecta a aplicaciones de la tecnología.

Independientemente del modelo que elija el colegio, es importante que todos los profesores de Matemáticas planifiquen y reflexionen de manera conjunta con regularidad.

Dependiendo del orden en que se enseñen los temas, los colegios pueden permitir a los alumnos cambiar del NM al NS —y viceversa—, o incluso cambiar de Matemáticas: Análisis y Enfoques a Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación —y viceversa— en una etapa temprana del curso. Se espera que los alumnos que elijan un curso del NM al comienzo de sus estudios del Programa del Diploma, y que después se apasionen por las matemáticas que han elegido, tengan la posibilidad de cambiarse al curso del NS.

Modelo 1

Cuatro clases distintas: Matemáticas: Análisis y Enfoques NS y Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS se imparten por separado, y lo mismo sucede con los dos cursos de NM. Los cuatro cursos se pueden impartir a lo largo de los dos años del Programa del Diploma, teniendo en cuenta la simultaneidad del aprendizaje.

Los colegios también pueden adaptar este modelo y ofrecer tres (o dos) de los cuatro cursos.

Primer y segundo año	
Curso 1	Matemáticas: Análisis y Enfoques NM
Curso 2	Matemáticas: Análisis y Enfoques NS
Curso 3	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM
Curso 4	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS

Modelo 2

Ambos cursos del NM se imparten como un subconjunto de las clases de los respectivos cursos del NS. Esto significa que, de cada ocho clases programadas, los alumnos del NM y del NS asisten juntos a cinco clases, y los alumnos del NS asisten solos a tres clases más. Este modelo permite ofrecer ambas asignaturas tanto en el NM como en el NS con solo dos profesores, aunque los alumnos de una asignatura se pueden dividir en grupos más pequeños si hay más de un profesor.

Los colegios deberán seleccionar los temas con cuidado, especialmente al comienzo del curso, para no introducir contenidos de los temas adicionales del NS sin haber enseñado previamente los contenidos del NM necesarios. Las guías no son documentos de secuenciación de contenidos ni planes de trabajo. Sin embargo, su estructura indica claramente cuáles son los contenidos comunes, los contenidos del NM y los contenidos de los temas adicionales del NS.

Primer y segundo año	
Curso 1	Matemáticas: Análisis y Enfoques NM (cinco clases)
	Matemáticas: Análisis y Enfoques NS (tres clases más)
Curso 2	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM (cinco clases)
	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS (tres clases más)

Modelo 3

Este modelo es una combinación de los modelos 1 y 2, para colegios que cuentan con tres profesores de Matemáticas del PD.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM y Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS se imparten por separado durante los dos años, mientras que ambos niveles de Matemáticas: Análisis y Enfoques se imparten en una misma clase como se indica en el modelo 2, o viceversa.

Primer y segundo año	
Curso 1	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS
Curso 2	Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NM
Curso 3	Matemáticas: Análisis y Enfoques NM (cinco clases)
	Matemáticas: Análisis y Enfoques NS (tres clases más)

Integración del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB

Los cursos de Matemáticas del PD, tanto en el NM como en el NS, están estrechamente vinculados con los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB y aspiran a que los alumnos los desarrollen. Por ejemplo, los requisitos de la evaluación interna proporcionan a los alumnos oportunidades para desarrollar cada uno de los aspectos del perfil. A continuación se indican los atributos del perfil que se corresponden con cada uno de los objetivos generales de la asignatura. Se anima a los profesores a que discutan con sus alumnos la interrelación de los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB y los objetivos generales del curso de Matemáticas. Algunos de los diez atributos se pueden conectar muy fácilmente con Matemáticas, y se debe animar a los alumnos a que consideren aquellos que no se les ocurran inmediatamente cuando piensen en qué supone ser un matemático.

Para que los alumnos reflexionen sobre su propio desarrollo de los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje y su desarrollo como matemáticos, puede ser útil llevar a cabo una discusión o actividad a este respecto al comienzo del curso, así como en otros momentos a lo largo de este.

Objetivos generales de Matemáticas	Atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje
Desarrollar su curiosidad por las matemáticas, disfrutarlas, y apreciar su elegancia y las posibilidades que ofrecen	Indagadores
Desarrollar una comprensión de los conceptos, los principios y la naturaleza de las matemáticas	Informados e instruidos
Comunicar las matemáticas con claridad, concisión y confianza en diversos contextos	Buenos comunicadores
Desarrollar el pensamiento lógico y creativo, así como la paciencia y la constancia en la resolución de problemas, para adquirir confianza en el empleo de las matemáticas	Pensadores, equilibrados
Emplear y perfeccionar sus capacidades de abstracción y generalización	Reflexivos
Dar los pasos necesarios para aplicar y transferir habilidades a distintas situaciones, a otras áreas del conocimiento y a avances futuros en sus comunidades locales y globales	De mentalidad abierta, audaces
Apreciar cómo los avances tecnológicos influyen en los avances en matemáticas, y viceversa	Informados e instruidos, reflexivos
Apreciar las cuestiones morales, sociales y éticas del trabajo de los matemáticos y las aplicaciones de las matemáticas	Íntegros, solidarios
Apreciar la universalidad de las matemáticas y sus perspectivas multiculturales, internacionales e históricas	De mentalidad abierta
Valorar la contribución de las matemáticas a otras disciplinas y como área de conocimiento específica en el curso de TdC	Informados e instruidos, equilibrados
Desarrollar la capacidad de reflexionar de manera crítica sobre su propio trabajo y el de los demás	Reflexivos, buenos comunicadores
Ampliar su comprensión de las matemáticas de manera independiente y en colaboración	Indagadores

Apoyo para las actividades en el aula

Las horas lectivas incluyen tiempo para que los alumnos realicen los tipos de actividades que los matemáticos llevan a cabo en el mundo real y para que desarrollen la capacidad de pensar como un matemático. De este modo, desarrollarán herramientas matemáticas que les permitirán abordar cualquier tipo de problema matemático. Los seis enfoques de la enseñanza y los cinco enfoques del aprendizaje utilizados en todos los programas del IB son primordiales en este proceso. Este tiempo brinda oportunidades en el aula para que los alumnos adopten un enfoque basado en la indagación, se centren en la comprensión conceptual del contenido del programa de estudios y sepan reconocer las matemáticas en contextos locales y globales. Asimismo, les ofrece oportunidades de trabajar en equipo y colaborar, y les proporciona tiempo para reflexionar sobre su propio aprendizaje matemático.

Se debe animar a los alumnos a que identifiquen activamente qué habilidades podrían añadir a su equipo de herramientas matemáticas. Se recomienda a los profesores que indiquen explícitamente cómo podrían transferirse estas habilidades a distintas áreas de las matemáticas para permitir a los alumnos reflexionar sobre cómo transferir a otras asignaturas lo que estén estudiando.

Esta sección incluye ideas y recursos que los profesores pueden usar con sus alumnos para favorecer el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático. Estos recursos han sido elaborados por profesores con experiencia para usarlos en sus propias clases. Están basados en contenidos específicos con el fin de contextualizarlos, pero no son exhaustivos.

Los ejemplos de actividades han sido diseñados para utilizarlos de tres formas distintas: a) los profesores pueden usarlos con sus alumnos tal como aparecen en este material; b) pueden adaptarlos a sus propios contextos, o c) pueden servir como inspiración para que los profesores elaboren sus propios materiales, tal vez empleando la misma técnica pero diferentes contenidos.

- Activadores cognitivos: puntos de partida interesantes
- Comprensiones conceptuales: uso de los enunciados de comprensión conceptual que figuran en la guía
- Uso de medios tecnológicos: ejemplos de cómo se puede utilizar la tecnología para enseñar determinadas habilidades o temas en la asignatura
- Modelización: ejemplo de una actividad de modelización, con notas que explican por qué se considera un buen ejemplo

Activadores cognitivos

Los activadores cognitivos pueden entenderse como las estrategias que utilizamos con el fin de preparar a los alumnos para aprender los contenidos de la asignatura y trabajar con ellos. Sirven como introducción de un nuevo tema o concepto y pueden ir seguidos de actividades de aprendizaje para adquirir una determinada habilidad o conocimiento como parte de un tema. Están estrechamente relacionados con la fase de activación del dominio cognitivo del lenguaje académico. Esta sección proporciona varios ejemplos de activadores cognitivos, que pueden verse como una manera de implementar los enfoques de la enseñanza que describen los principios pedagógicos fundamentales en los que se basa el programa del IB.

Las estrategias presentadas se basan en los enfoques del aprendizaje y en los resultados de investigaciones recientes, como el proyecto de Harvard sobre el pensamiento visible (véase el apartado “Para profesores y alumnos” de la sección “Lecturas complementarias”).

Como profesores, es posible que no siempre seamos conscientes de cuándo usamos —o no usamos— activadores cognitivos al empezar un nuevo tema o una nueva clase, pero suele considerarse una buena práctica pedagógica crear cierto contexto o brindar una cierta introducción a los alumnos antes de empezar algo nuevo. De este modo, podemos estar más seguros de que, mientras estudiamos el tema, nuestros alumnos desarrollarán sus habilidades de indagación y pensamiento para aprender matemáticas en lugar de limitarse a recibir información sobre un procedimiento matemático específico. Ser explícitos al respecto es en sí una estrategia que puede ayudar a los alumnos a participar en las experiencias de aprendizaje y a abordar el aprendizaje de manera más autogestionada. Por tanto, con la activación cognitiva se pretende activar a los alumnos, interesándolos en el tema y preparándolos para descubrir los nuevos contenidos.

A continuación se presenta una serie de estrategias utilizadas por profesores del IB con experiencia en sus clases de matemáticas. El propósito es que sirvan de inspiración y guían a los profesores para que las adapten y las utilicen en sus propias aulas. Los siguientes son algunos elementos comunes de los activadores cognitivos:

- Conexión con conocimientos previos sobre el tema o sobre diferentes temas relacionados con el mismo concepto (por ejemplo, para introducir la “razón de cambio promedio” se podría activar a los alumnos recordándoles el concepto de “cambio”, la pendiente de una recta o el crecimiento frente al decrecimiento).
- Comienzo con una pregunta esencial que los alumnos son capaces de entender, pero que solo pueden responder satisfactoriamente cuando aprenden los nuevos contenidos. Como apoyo se puede utilizar, por ejemplo, un generador de grupos aleatorios, una actividad en la que los alumnos no levanten la mano, una actividad de pensar individualmente, discutir en parejas y compartir con toda la clase, etc. para organizar la colaboración entre los alumnos.
- Una actividad que permite a los alumnos empezar a trabajar con el tema.
- Ideas para reflexionar o ampliar a otros temas.

En esencia, la activación cognitiva consiste en enseñar a los alumnos las estrategias que los animan a pensar con mayor profundidad para buscar soluciones y a concentrarse en el método que utilizan para hallar la respuesta, en lugar de centrarse únicamente en la respuesta en sí. Como tal, constituye una introducción útil a las habilidades necesarias para la exploración de evaluación interna. Cuando consideren otros recursos de este equipo de herramientas, los profesores y los alumnos reconocerán en ellos elementos de activación cognitiva.

La activación cognitiva se considera una de las prácticas que favorecen el desarrollo del conocimiento matemático.

[Familiarización con datos](#)

[Familiarización con datos: conjunto de datos de los alumnos](#)

Cuarteto de Anscombe

Cuarteto de Anscombe: conjunto de datos

Identificación de gráficos de derivadas

Identificación de gráficos de derivadas: gráficos

Comprensiones conceptuales

El propósito de esta sección del material de ayuda al profesor es facilitar el uso de los conceptos de Matemáticas por parte de los profesores para potenciar el aprendizaje en el aula y así favorecer una comprensión más profunda.

Los conceptos son importantes porque aumentan la comprensión de las matemáticas y permiten a los alumnos establecer conexiones y hacer generalizaciones, que son fundamentales para resolver problemas. Ello, a su vez, hace que los alumnos dependan menos de técnicas y estructuras aprendidas y sean más capaces de pensar creativamente cuando se enfrentan a problemas más complejos.

Los conceptos

Los cursos de Matemáticas del PD cuentan con 12 conceptos fundamentales que se enumeran a continuación.

Estos conceptos pueden servir para organizar las unidades de trabajo, así como la enseñanza y el aprendizaje. También se proporcionan explicaciones para cada uno de los conceptos en un contexto matemático. Asimismo, los profesores pueden identificar y desarrollar conceptos adicionales para cumplir con los requisitos curriculares nacionales o estatales, y adaptarse a sus circunstancias concretas.

Aproximación	Este concepto se refiere a una cantidad o una representación que es casi correcta, pero no exacta.
Cambio	Este concepto se refiere a una variación de tamaño, cantidad o comportamiento.
Equivalencia	Este concepto se refiere a la calidad de idéntico o intercambiable, aplicada a enunciados, cantidades o expresiones.
Generalización	Este concepto se refiere a un enunciado general formulado sobre la base de ejemplos específicos.
Modelización	Este concepto se refiere a la manera en que se pueden usar las matemáticas para representar el mundo real.
Patrones	Este concepto se refiere al orden subyacente, la regularidad o la predictibilidad de los elementos de un sistema matemático.
Cantidad	Este concepto se refiere a una cuantía o un número.
Relaciones	Este concepto se refiere a las conexiones existentes entre cantidades, propiedades o conceptos; estas conexiones pueden expresarse en forma de modelos, reglas o enunciados. Las relaciones ofrecen a los alumnos oportunidades de explorar patrones en el mundo que los rodea.
Representación	Este concepto se refiere a la utilización de palabras, fórmulas, diagramas, tablas, cuadros, gráficos y modelos para representar información matemática.
Espacio	Este concepto se refiere al marco de dimensiones geométricas que describe una entidad.
Sistemas	Este concepto se refiere a grupos de elementos interrelacionados.
Validez	Este concepto se refiere a la utilización de matemáticas lógicas y bien fundamentadas para llegar a una conclusión cierta y precisa o a una interpretación razonable de resultados.

Ideas para utilizar los conceptos

Los conceptos se pueden utilizar de muchas formas diferentes, y los profesores son quienes deciden cuáles son los enfoques apropiados para sus propias clases y contextos. No es necesario usar los 12 conceptos en cada uno de los temas, pero sí que deben desarrollarse cuando sea adecuado a lo largo de todo el programa de estudios.

Los diferentes conceptos proporcionan diferentes maneras de abordar el aprendizaje de un tema y también permiten establecer conexiones dentro de cada tema, entre los distintos temas y con otras áreas disciplinarias.

En la guía, cada tema comienza enunciando sus conocimientos esenciales y **sugiriendo** algunos enunciados de comprensiones conceptuales específicas del contenido del tema. Se anima a los profesores a desarrollar sus propios enunciados.

Estas tareas ilustran cómo se pueden utilizar los conceptos y la enseñanza para la comprensión conceptual.

Los rumbos no son aburridos: análisis de NM

La asociación del seno y el coseno: análisis de NS

Uso de medios tecnológicos

El uso de medios tecnológicos es una parte fundamental de los cursos de Matemáticas del PD. Aprender cómo los avances tecnológicos han influido en los avances en matemáticas, y viceversa, es uno de los objetivos generales de los cursos. Asimismo, utilizar los medios tecnológicos de forma precisa, adecuada y eficaz para explorar nuevas ideas y resolver problemas es uno de los objetivos de evaluación. Aprender a usar diferentes medios tecnológicos es una habilidad importante en matemáticas. En cada uno de los temas del programa de estudios se dedica tiempo para adquirir esta habilidad, que también se desarrolla a través del equipo de herramientas.

La tecnología es una herramienta poderosa en las matemáticas. En los últimos años, el mayor acceso de los alumnos y los profesores a los medios tecnológicos ha favorecido e impulsado la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El uso juicioso de la tecnología puede hacer que las matemáticas atraigan y motiven más a un mayor número de alumnos.

Los profesores pueden usar la tecnología para respaldar y mejorar la comprensión de los alumnos de muchas maneras, como las siguientes:

- Poner de relieve aspectos de la enseñanza
- Abordar ideas falsas
- Facilitar la visualización
- Mejorar la comprensión de conceptos que, de otro modo, se vería limitada por largos cálculos numéricos o manipulaciones algebraicas
- Ayudar a los alumnos a formular conjeturas y comprobar generalizaciones
- Establecer conexiones explícitas entre diferentes representaciones o enfoques matemáticos

Los alumnos también pueden usar la tecnología en el proceso de aprendizaje con numerosos fines, por ejemplo:

- Desarrollar y mejorar su propia comprensión conceptual
- Buscar patrones
- Comprobar conjeturas o generalizaciones
- Justificar interpretaciones
- Colaborar en proyectos
- Ayudar a organizar y analizar datos

En el aula, los profesores y los alumnos pueden utilizar la tecnología, individualmente o en colaboración, para explorar los conceptos matemáticos. La clave para que el aprendizaje con la tecnología sea fructífero es encontrar un justo equilibrio en el uso que el profesor y los alumnos hacen de los medios tecnológicos, decidiendo cuidadosamente cómo emplearlos para favorecer la comprensión y la comunicación de las matemáticas.

Muchos temas de los cursos de Matemáticas del PD se prestan al uso de medios tecnológicos. Las calculadoras gráficas, los programas de representación gráfica dinámica, las hojas de cálculo, las simulaciones, las aplicaciones, los programas de geometría dinámica y las pizarras interactivas son solo algunos ejemplos de los muchos medios tecnológicos que pueden utilizarse como apoyo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

En la guía, los términos “tecnología” y “medios tecnológicos” designan cualquier tipo de calculadora, equipo o programa informático disponible en el aula. Los términos “análisis” y “enfoque analítico” se usan generalmente en la guía para referirse a un enfoque algebraico que puede no requerir el uso de tecnología.

Es importante tener en cuenta que existen restricciones sobre los medios tecnológicos que se pueden usar en los exámenes; estas se especificarán en los documentos pertinentes.

Simulaciones de Montecarlo

La tecnología moderna nos permite responder muchas preguntas con un alto grado de precisión, incluso si no podemos hallar la solución exacta. Uno de estos métodos modernos sumamente eficaz es la simulación de Montecarlo, que utiliza números aleatorios para generar muchos conjuntos de datos posibles y los usa para investigar la pregunta.

Si bien las computadoras son una parte importante del proceso de simulación, hay tres habilidades clave que los alumnos deben desarrollar. En numerosas situaciones, estas habilidades matemáticas son mucho más importantes que los métodos analíticos en los que tradicionalmente se hace hincapié en la enseñanza de las matemáticas.

- Describir la situación en términos matemáticos
- Convertir esta descripción en una simulación por computadora
- Interpretar los resultados de la simulación, y reconocer si la simulación no ha funcionado

Los dos ejemplos clásicos de simulación que se incluyen a continuación brindarán a los alumnos una valiosa perspectiva de las matemáticas modernas y les permitirán desarrollar estas habilidades. Se proporcionan también ejemplos de conjuntos de datos, que se pueden adaptar o utilizar como modelo para crear conjuntos de datos originales.

[Tiro con arco a una diana](#)

[Tiro con arco a una diana: conjunto de datos](#)

[Sobrecarga de ascensores](#)

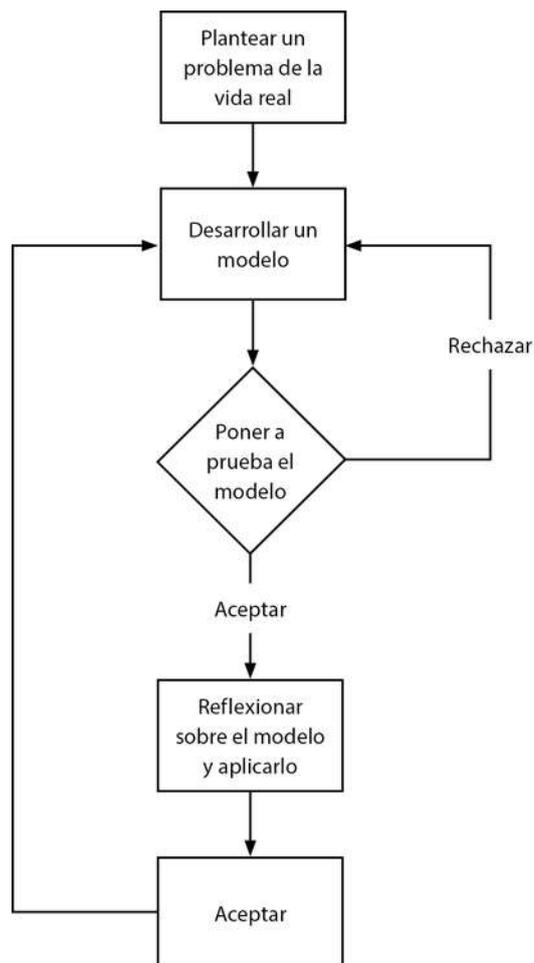
[Sobrecarga de ascensores: conjunto de datos](#)

Modelización matemática

La modelización es una habilidad importante en matemáticas, y su importancia es cada vez mayor a medida que la tecnología va superando los límites de lo que se puede y no se puede modelizar. La guía ofrece una introducción y un resumen del proceso de modelización. A continuación, se proporciona un ejemplo de una actividad de modelización que está concebida para poner de manifiesto las etapas más importantes del proceso e ilustrar cómo es el ciclo de modelización en el aula cuando se realiza este tipo de actividades.

La guía especifica una serie de funciones para elaborar modelos y brinda orientación sobre los distintos contextos en los que se pueden usar esas funciones. Si bien en Internet hay numerosos recursos que ofrecen datos, suele ser más interesante para los alumnos obtener sus propios datos si el contexto lo permite.

El ciclo de modelización matemática se ilustra a continuación.



La actividad siguiente pone de manifiesto los elementos importantes de la modelización matemática.

Cazadores furtivos en la reserva: actividad para los alumnos

Cazadores furtivos en la reserva: información para el profesor

Demostración

La demostración en las matemáticas es esencial para desarrollar el pensamiento crítico. Interesar a los alumnos en el proceso de demostración de un enunciado les permite profundizar su comprensión de los conceptos matemáticos.

La demostración de enunciados conlleva múltiples beneficios, pues ayuda a los alumnos a desarrollar las habilidades siguientes:

- Trabajo en equipo
- Habilidades interpersonales
- Razonamiento
- Investigación
- Comunicación oral y escrita
- Pensamiento creativo
- Organización

En el NM, los alumnos deberán realizar demostraciones deductivas sencillas. Los tipos de demostraciones que deben realizar incluyen la deducción, que la guía describe como la transformación de un enunciado “de la izquierda” en un enunciado “de la derecha” (o viceversa). El fundamento de estos materiales de apoyo es que los alumnos adquieran el hábito de analizar ejemplos de un enunciado general que hay que demostrar antes de lanzarse a formular una generalización completa. En muchos casos, el proceso y las operaciones mediante los cuales se verifican los enunciados son un buen ejemplo del proceso y las operaciones necesarios para demostrar una generalización.

Una vez que los alumnos hayan analizado los ejemplos, se les anima a expresar el enunciado general de forma algebraica (tégase en cuenta que la demostración geométrica no forma parte del contenido del NM). Es posible que el enunciado general ya esté expresado de forma algebraica, pero no siempre es así. Por ejemplo: *“demuestre que el resultado de multiplicar un número par por uno impar es siempre un número par”*.

En el NS, los alumnos se concentrarán en la demostración por deducción, la demostración por contradicción y la demostración mediante inducción. También se incluye la demostración mediante contraejemplo, como la demostración de enunciados que son ciertos a veces o no lo son nunca. El fundamento de estos materiales de apoyo es que los alumnos adquieran una buena comprensión de los distintos tipos de demostración y aprendan a decidir por sí mismos qué tipo de demostración es más adecuado en cada caso. Los alumnos desarrollarán también la capacidad de analizar ejemplos de un enunciado que hay que demostrar para poder decidir qué tipo de demostración es mejor usar.

El material siguiente está concebido como apoyo para la enseñanza de la demostración mediante actividades centradas en el alumno y actividades en grupo. Las diferentes técnicas utilizadas incluyen la evaluación de enunciados con actividades en las que hay que determinar si siempre son ciertos, son ciertos a veces o no lo son nunca, y el emparejamiento y la clasificación con actividades que animan a los alumnos a considerar la estructura de la demostración matemática. Las demostraciones que se presentan no son exhaustivas, y se anima a los profesores a que adapten las ideas que plantean.

Nivel Medio

[Introducción a distintos tipos de demostración \(NM\)](#)

[Ejercicio de evaluación de enunciados para determinar si siempre son ciertos, son ciertos a veces o no lo son nunca, y para elegir los tipos de demostración adecuados \(NM\)](#)

El juego de las demostraciones: ejercicio de justificación de enunciados generales mediante el uso de distintos tipos de demostración, y creación de enunciados generales para demostrarlos (NM)

Nivel Superior

Introducción a distintos tipos de demostración (NS)

Ejercicio de evaluación de enunciados para determinar si siempre son ciertos, son ciertos a veces o no lo son nunca, y para elegir los tipos de demostración adecuados (NS)

El juego de las demostraciones: ejercicio de justificación de enunciados generales mediante el uso de distintos tipos de demostración, y creación de enunciados generales para demostrarlos (NS)

Preparación para la exploración de evaluación interna

Cómo utilizar esta sección del material de ayuda al profesor

Este material de ayuda al profesor está dirigido tanto a profesores nuevos como con experiencia y les proporciona apoyo para abordar e implementar la evaluación interna con sus alumnos. Debe leerse junto con la *Guía de Matemáticas: Análisis y Enfoques* del Programa del Diploma (publicada en febrero de 2019 para primeros exámenes en 2021), que contiene los requisitos curriculares y de evaluación para el Nivel Medio (NM) y el Nivel Superior (NS).

En esta sección se ofrecen sugerencias y orientación para la implementación del componente de evaluación interna, la exploración. No se han reproducido aquí el reglamento general ni los procedimientos relacionados con la evaluación interna, pero pueden encontrarse en la sección correspondiente de los *Procedimientos de evaluación*.

Para acceder a ellas, deben hacer clic en el título de la sección correspondiente en el menú de la izquierda. Esta publicación contiene material aportado por profesores para ayudar a otros docentes y tiene como finalidad ofrecer ideas y prestar apoyo de diversas maneras.

Otra sección del material de ayuda al profesor muestra la aplicación de los criterios en la evaluación de las exploraciones. Las exploraciones que presenta han sido evaluadas por profesores experimentados utilizando los criterios de evaluación. Para ver las exploraciones incluidas en la sección de trabajos evaluados, los profesores deben hacer clic en Ejemplos de exploraciones en el menú de la izquierda. Para ver una exploración determinada, solo tienen que hacer clic en su título. También se puede acceder a las exploraciones haciendo clic en los enlaces que figuran en el menú de la izquierda.

El componente de la evaluación interna en estos cursos es una exploración matemática. Consiste en un breve informe escrito por el alumno, basado en un tema elegido por este, y que debe centrarse en las matemáticas de esa área determinada. Se hace hincapié en la comunicación matemática (incluidos diagramas, fórmulas, gráficos, etc.) acompañada de comentarios, una buena redacción matemática y reflexiones serias. El alumno debe desarrollar su propio enfoque, y el profesor debe proporcionar comentarios sobre el trabajo a través de, por ejemplo, discusiones y entrevistas. De este modo, los alumnos pueden desarrollar un área de su interés sin las limitaciones de tiempo de los exámenes, y experimentar una sensación de éxito.

Se pretende que la exploración, además de medir los objetivos de evaluación de los cursos, proporcione a los alumnos oportunidades para aumentar su comprensión de los conceptos y procesos matemáticos, y para desarrollar una noción más amplia de las matemáticas. Esto se recoge en los objetivos generales de los cursos, en concreto los objetivos que van del 6 al 11. Se espera que, realizando la exploración, los alumnos saquen provecho de las actividades matemáticas implicadas, y que estas les resulten motivadoras y gratificantes. Ello les permitirá desarrollar los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB.

Responsabilidades del profesor

El profesor tiene nueve responsabilidades principales.

Durante el proceso:

- Aconsejar a los alumnos en la elección de un tema apropiado para la exploración
- Proporcionar a los alumnos oportunidades de adquirir las habilidades relacionadas con el trabajo de la exploración

- Asegurarse de que los alumnos comprendan los criterios de evaluación y la manera en la que se aplicarán
- Animar y apoyar a los alumnos durante todo el proceso de investigación y redacción de las exploraciones
- Proporcionar a los alumnos comentarios sobre su trabajo en varias etapas de la exploración
- Proporcionar ayuda a los alumnos para que puedan superar problemas concretos

Al final del proceso:

- Verificar la precisión de todos los cálculos e indicar en la exploración dónde se han cometido errores
- Evaluar el trabajo de forma precisa, incluyendo anotaciones adecuadamente para indicar dónde se ha asignado cada nivel de logro
- Asegurarse de que los alumnos comprendan perfectamente los puntos fuertes y débiles de la exploración

Es importante incluir en la muestra la información de contexto y los comentarios pertinentes acerca de cada criterio. Se recomienda incorporarlos en el propio trabajo.

Habilidades y estrategias necesarias

La exploración constituye una parte importante del curso. Resulta útil entenderla como un trabajo en desarrollo, que requiere habilidades y estrategias concretas. En general, no es realista esperar que todos los alumnos tengan estas habilidades específicas o sean capaces de seguir determinadas estrategias antes de comenzar el curso.

Muchas de las habilidades y estrategias que se indican a continuación pueden integrarse en la programación del curso aplicándolas a diversas situaciones dentro y fuera de la clase. De este modo, los alumnos pueden practicar ciertas habilidades y aprender a seguir las estrategias apropiadas en un entorno más estructurado, antes de pasar a trabajar independientemente en sus exploraciones.

Elección de un tema

Es fundamental que los alumnos elijan un tema que les ofrezca una línea de indagación productiva, que precise usar matemáticas pertinentes y que despierte interés y entusiasmo en ellos. El concepto de la exploración debe presentarse en una etapa temprana del curso. Los alumnos deben identificar ideas para el tema de la exploración a medida que progresa el curso, en conversaciones con el profesor.

Para la mayoría de los alumnos, la parte más difícil del proceso es encontrar un tema adecuado. Por ello, tan pronto como los alumnos estén preparados para empezar a trabajar en sus exploraciones, el profesor debe asignar tiempo de clase durante un período de dos o tres semanas para orientar a cada alumno en este proceso.

Al comienzo del proceso, los profesores deben discutir con los alumnos cuál es la forma general de la tarea de evaluación, pues ello puede, en parte, ayudar a orientar el flujo de ideas y, en última instancia, el enfoque de la exploración. Las discusiones con toda la clase en las que se comparten ideas pueden ser útiles para centrar la atención en un tema. Las ideas siguientes también pueden ser útiles para aquellos alumnos a los que les cueste elegir un tema.

- Identificar un tema apropiado, teniendo en cuenta las áreas de interés del alumno
- Considerar si el enfoque será analítico o si será una aplicación de las matemáticas
- Consultar la lista de los temas que se han presentado en años anteriores
- Consultar las exploraciones que se presentan en este material de ayuda al profesor y considerar la estructura y las características que les han dado buenos resultados

Una vez que se ha elegido el tema:

- Desarrollar un enfoque que esté bien definido y sea adecuado
- Crear un plan detallado que estructure el proceso de trabajo y la redacción de la exploración
- Asegurarse de que el tema se preste a una exploración concisa

- Si se usan datos, asegurarse de poder generar datos suficientes para que las técnicas matemáticas utilizadas sean válidas

En los apéndices de este material de ayuda al profesor se ha incluido una lista de temas presentados en años anteriores.

Presentación

- Expresar las ideas con claridad
- Identificar el objetivo general de la exploración
- Concentrarse en el objetivo general y evitar lo que no sea pertinente
- Estructurar las ideas de manera lógica
- Incluir gráficos, tablas y diagramas donde corresponda en el trabajo
- Organizar la exploración de manera que sea fácil de seguir
- Citar referencias cuando corresponda

Comunicación matemática

- Usar apropiadamente el lenguaje y la representación matemáticos
- Definir los términos clave y las variables, cuando sea necesario
- Seleccionar herramientas matemáticas adecuadas (incluidas las tecnologías de la información y las comunicaciones)
- Exponer las demostraciones de manera lógica
- Expresar los resultados con un grado de precisión apropiado

Compromiso personal

- Plantear preguntas, formular conjeturas e investigar ideas matemáticas
- Leer textos sobre las matemáticas e investigar áreas de interés
- Buscar y crear modelos matemáticos para situaciones reales
- Considerar perspectivas históricas y globales
- Explorar conceptos matemáticos desconocidos

Reflexión

- Discutir las implicaciones de los resultados
- Considerar la importancia de la exploración
- Contemplar posibles limitaciones o ampliaciones
- Establecer vínculos con diferentes campos o áreas de las matemáticas
- Considerar lo que podría hacerse a continuación

Uso de las matemáticas

- Demostrar conocimiento y comprensión
- Aplicar las matemáticas en distintos contextos
- Aplicar técnicas de resolución de problemas
- Reconocer y explicar patrones, cuando corresponda
- Generalizar y justificar conclusiones

Uso de medios tecnológicos

El objetivo de evaluación 4 de todos los cursos de Matemáticas del PD es “utilizar los medios tecnológicos de forma precisa, adecuada y eficaz para explorar nuevas ideas y resolver problemas”.

Si bien la exploración puede ofrecer oportunidades para alcanzar este objetivo, este no es un requisito de la tarea. No existen limitaciones con respecto al uso de medios tecnológicos en la exploración. Es razonable, aunque no imprescindible, esperar que los alumnos, al elaborar sus exploraciones, utilicen en alguna medida medios tecnológicos.

Algunos ejemplos pueden ser:

- Cualquier tipo de calculadora, ya sea portátil o disponible en Internet
- Dispositivos de registro de datos, simulaciones y programas informáticos de modelización
- Procesadores de texto, hojas de cálculo, paquetes gráficos
- Programas de geometría dinámica
- Paquetes estadísticos o paquetes de cálculo simbólico

Desarrollo de la exploración

Si bien es probable que la exploración se redacte durante el segundo año del curso, los alumnos deben familiarizarse con el concepto de esta desde temprano. La planificación y los plazos específicos de la exploración variarán de un colegio a otro.

A continuación se ofrecen sugerencias que pueden adoptarse en las distintas etapas de la exploración.

Antes de que los alumnos comiencen la exploración

- Proporcionar los criterios y estímulos en las primeras etapas del curso y familiarizar a los alumnos con los objetivos generales que van del 6 al 11
- Comunicar los plazos para la realización de la exploración
- Animar a los alumnos a llevar un registro de sus ideas durante el curso (diario de trabajo, cuaderno, blog, etc.)
- Animar a los alumnos a buscar ideas en distintos sitios (por ejemplo, mediante la lectura de materiales matemáticos) y darles acceso a dichos materiales (por ejemplo, televisión, Internet u otros cursos)
- Señalar oportunidades para explorar conceptos matemáticos en el trabajo cotidiano del programa de estudios
- Dar oportunidades a los alumnos para practicar la redacción matemática
- Familiarizar a los alumnos con los medios tecnológicos disponibles

Al principio de la exploración

- Consultar ejemplos del material de ayuda al profesor o trabajos de otros alumnos
- Realizar actividades de intercambio de ideas o mapas conceptuales para encontrar un tema adecuado
- Fomentar el intercambio y el cuestionamiento de ideas
- Asegurarse de que los alumnos tengan un enfoque claro por escrito antes de comenzar a redactar la exploración

Mientras los alumnos realizan la exploración

- Fomentar la autoevaluación y la evaluación entre compañeros
- Proporcionar oportunidades para la discusión y el planteamiento de preguntas entre compañeros y con el profesor
- Hacer comentarios adecuados sobre el borrador

Después de que los alumnos hayan entregado la exploración

- Asegurarse de que se lleve a cabo la estandarización interna tanto entre los profesores del mismo nivel como entre los profesores del NM y el NS
- Discutir con los alumnos los puntos fuertes y débiles de su exploración

Planificación

1. Asegurarse de que los alumnos tengan tiempo para explorar las matemáticas
2. Dar un plazo razonable para la entrega del borrador de la exploración
3. Dar un plazo razonable para proporcionar comentarios a los alumnos
4. Dar un plazo razonable para la entrega final del trabajo

Elaboración de un plan de trabajo

Es necesario establecer plazos estrictos, preferiblemente acordados entre el alumno y el profesor, para diferentes etapas de la exploración. En particular, deben fijarse plazos para las siguientes entregas:

- El título de la exploración y una breve descripción de la tarea que resuma el propósito de la exploración, así como las estrategias y las técnicas que se van a usar y, cuando corresponda, la manera en que se obtendrán o generarán los datos, y el modo en que se ha utilizado el material de estímulo para generar ideas
- El borrador de la exploración
- La exploración terminada

Planificación a largo plazo

El objetivo de la planificación a largo plazo es situar la exploración dentro de la perspectiva de todo el curso. Deberá tenerse en cuenta:

- La secuencia de las unidades de enseñanza a lo largo del curso
- Los temas que son más fácilmente aplicables a la exploración
- Los momentos apropiados en los que se pueden introducir las habilidades y estrategias relacionadas con la exploración
- Las posibilidades que tienen los alumnos para registrar y desarrollar ideas pertinentes a la exploración, por ejemplo, diarios de trabajo o blogs
- Los recursos disponibles
- El papel que desempeñará la exploración en la evaluación ajena al IB del colegio, si corresponde
- La inclusión de los plazos de la exploración en el calendario escolar

Planificación a corto plazo

El objetivo de la planificación a corto plazo es ofrecer un marco para la exploración, de modo que los alumnos obtengan el máximo beneficio de esta experiencia.

Se espera que los profesores proporcionen ayuda y orientación a los alumnos mientras realizan la exploración. Deben destinarse 10 horas de clase a la organización del trabajo. Parte de este tiempo puede emplearse en actividades individuales o de grupo en las que los alumnos aprendan algunas de las habilidades relacionadas con el trabajo de la exploración. Se espera que los alumnos dediquen más tiempo a la realización de la exploración fuera del horario de clase. Los profesores deben discutir brevemente la exploración en las primeras etapas del curso, de manera que los alumnos conozcan los requisitos y sean conscientes de que la exploración es una parte esencial del curso.

Estímulos

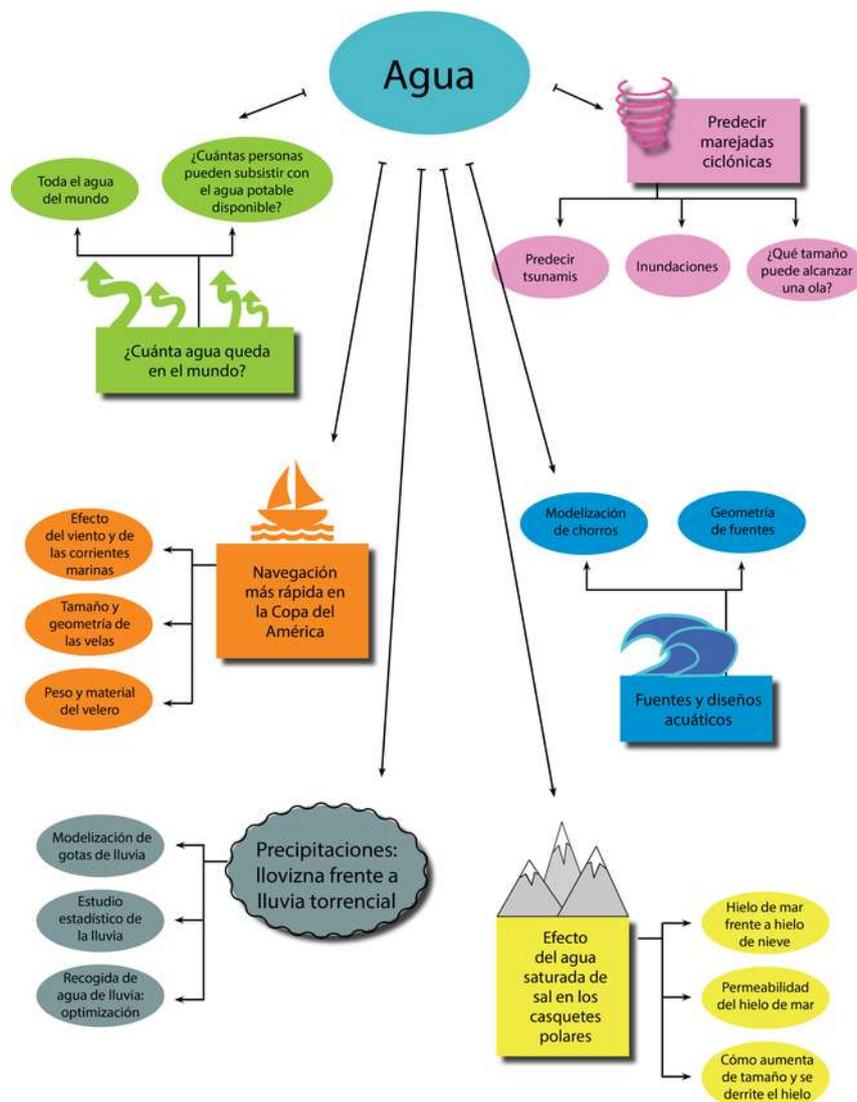
En ocasiones a los alumnos les resulta difícil saber por dónde empezar cuando se trata de tareas abiertas como esta. Si bien se espera que los alumnos aprecien la amplia variedad de oportunidades para la exploración matemática, a veces puede ser útil proporcionar un estímulo para ayudarlos a empezar sus exploraciones.

Algunos de los posibles estímulos que se pueden dar a los alumnos son:

• Deportes	• Arquitectura
• Arqueología	• Códigos
• Computadoras	• Internet
• Algoritmos	• Comunicación
• Teléfonos móviles	• Teselado
• Música	• Población
• Seno	• Agricultura
• Armonía musical	• Virus
• Movimiento	• Salud
• e	• Danza
• Electricidad	• Juego
• Agua	• Pi (π)
• Espacio	• Geografía
• Órbitas	• Biología
• Alimentación	• Negocios
• Volcanes	• Economía
• Dieta	• Física
• Euler	• Química
• Juegos	• Tecnología de la Información en una Sociedad Global
• Simetría	• Psicología

Ejemplo de mapa conceptual para el estímulo “agua”

Durante las discusiones introductorias sobre la exploración, las sesiones de discusión en grupo pueden ser útiles para generar nuevas ideas. En concreto, el uso de mapas conceptuales ha demostrado ser útil para ayudar a los alumnos a generar pensamientos en torno a las ideas. El mapa conceptual siguiente ilustra cómo se pueden generar algunos posibles enfoques para la exploración matemática a partir del estímulo “agua”.



Mantenimiento de registros

Se recomienda a los profesores que lleven un registro detallado sobre la exploración. Puede resultar útil emplear formularios como los que se incluyen a continuación (formulario A y formulario B) para registrar toda la información pertinente en las etapas de planificación y de comentarios sobre el borrador; los profesores pueden adaptar estos formularios como deseen. Se debe tener en cuenta que estos son documentos internos destinados a los profesores y no constituyen formularios oficiales del IB.

No es obligatorio usar estos formularios y, además, se pueden adaptar a circunstancias concretas. Han sido propuestos por una serie de profesores con experiencia que los han encontrado de gran utilidad. El formulario A (*planificación inicial*) corresponde al final de la etapa de planificación inicial y el formulario B (*comentarios del profesor sobre el borrador del alumno*) contiene los comentarios del profesor una vez que los alumnos han entregado el borrador de la exploración.

Formulario A (Exploración: planificación inicial)

Formulario B (Exploración: comentarios del profesor sobre el borrador del alumno)

Autoría original

El alumno y el profesor deben firmar el formulario correspondiente de los *Procedimientos de evaluación* del Programa del Diploma con el fin de confirmar la autoría original del trabajo.

Los profesores deben supervisar el progreso de cada alumno durante todo el proceso, y estar en posición de discutir con los alumnos las fuentes de nuevos materiales que se incluyan en las exploraciones o a los cuales se haga referencia en las mismas. Con frecuencia, los alumnos no son conscientes de cuándo les está permitido utilizar material escrito por un tercero o cuándo deben buscar ayuda en otras fuentes. Por lo tanto, la discusión abierta en las primeras etapas es una buena forma de evitar estos posibles problemas.

Sin embargo, si los profesores no están seguros de si el alumno es el autor de la exploración, deben emplear una serie de métodos para comprobarlo. Estos pueden incluir:

- Hablar con el alumno
- Pedir al alumno que explique los métodos utilizados y que haga un resumen de los resultados y las conclusiones
- Pedir al alumno que reproduzca parte del análisis utilizando distintos datos
- Invitar al alumno a realizar una presentación de su exploración ante la clase

Referencias y bibliografía

Se debe advertir a los alumnos de que, si usan directa o indirectamente en su exploración las palabras de otras personas (en formato escrito, oral o electrónico) o cualquier material visual derivado de otra fuente, deben indicar correctamente su procedencia. El incumplimiento de este requisito se considerará plagio y, como tal, podrá ser tratado como un caso de conducta impropia. Los alumnos deben estar familiarizados con la política de probidad académica del IB, disponible en el Centro de recursos para los programas.

La bibliografía, o la lista de referencias, debe incluir únicamente aquellas fuentes (por ejemplo, libros o publicaciones periódicas) que el alumno haya consultado durante su trabajo en la exploración. Se debe utilizar sistemáticamente un método aceptado para la presentación de las citas y las referencias de las fuentes. Los principales métodos se dividen en dos grupos: los que indican el autor y la fecha entre paréntesis dentro del texto, y los que emplean notas al pie numeradas. Puede utilizarse cualquiera de ellos, pero siempre de manera clara y sistemática.

Todas las fuentes consultadas, independientemente de si se han citado ya o no dentro del texto, deben incluirse en la bibliografía. Las referencias bibliográficas deben especificar el autor o los autores de la fuente, el título, la fecha y el lugar de publicación y el nombre de la editorial. Deben emplear sistemáticamente un método de presentación establecido (por ejemplo, el método Harvard o el método Vancouver). Algunos posibles ejemplos son:

APPADURAI, A. "Disjuncture and difference in the global cultural economy". En *Theory, Culture and Society*. 1990, vol. 7. Pp. 295-310.

MILLER, D. *Tales from Facebook*. Cambridge (Reino Unido): Polity Press, 2011.

PETERSON, A. D. C. *Schools Across Frontiers: The Story of the International Baccalaureate and the United World Colleges*. 2.ª edición. Chicago (EE. UU.): Open Court Publishing Company, 2003.

Criterios de evaluación

Cada exploración debe evaluarse según los cinco criterios siguientes.

Criterio A	Presentación
Criterio B	Comunicación matemática
Criterio C	Compromiso personal
Criterio D	Reflexión
Criterio E	Uso de las matemáticas

A continuación se ofrecen las descripciones de los niveles de logro de cada uno de los cinco criterios de evaluación. Es importante tener en cuenta que cada nivel de logro representa el requisito **mínimo** para que se otorgue dicho nivel. La nota final de cada exploración se obtiene por medio de la suma de los puntos obtenidos en cada criterio. Se debe tener en cuenta que los descriptores del criterio E son diferentes en el NM y el NS.

La nota final máxima es 20.

Aplicación de los criterios de evaluación

El método de evaluación utilizado se basa en criterios establecidos; es decir, se evalúa la exploración de los alumnos en relación con criterios de evaluación determinados y no en relación con el trabajo de otros alumnos.

Cada exploración presentada en el NM o en el NS se evalúa sobre la base de los cinco criterios (A a E). Para cada criterio de evaluación se describen diferentes niveles de logro, que se centran en aspectos positivos. La descripción de cada nivel de logro representa el requisito mínimo para alcanzar dicho nivel.

El objetivo es encontrar, para cada criterio, el descriptor de nivel que exprese de la forma más adecuada el nivel de logro alcanzado por el alumno.

Los profesores deben leer la descripción de cada nivel de logro, empezando por el nivel 0, hasta llegar al descriptor que describa un nivel de logro que el alumno **no** haya alcanzado. El nivel que alcance el alumno será, por tanto, el inmediatamente anterior, y es el que se deberá asignar.

Por ejemplo, al considerar niveles de logro consecutivos en un determinado criterio, si la descripción correspondiente al nivel 3 no es apropiada, entonces se deberá asignar el nivel 2.

Para cada criterio deben utilizarse solamente números enteros y no fracciones o decimales.

Los niveles de logro más altos no implican un trabajo perfecto y los profesores no deben dudar en conceder los niveles extremos, incluido el 0, si describen apropiadamente el trabajo que se está evaluando.

Un alumno que alcance un nivel de logro alto en un criterio no necesariamente alcanzará niveles altos en los demás criterios. Igualmente, un alumno que alcance un nivel de logro bajo en un criterio no necesariamente alcanzará niveles bajos en los demás criterios. Los profesores no deben suponer que la evaluación general de los alumnos deba dar como resultado una distribución determinada de puntuaciones.

Se espera que los alumnos tengan acceso a los criterios de evaluación en todo momento. Los descriptores de los niveles de logro de cada criterio de evaluación se presentan en las tablas de la sección que figura a

continuación. En las tablas, para cada nivel de logro, se incluye un enlace a una exploración en este material de ayuda al profesor que alcanzó dicho nivel para ese criterio determinado.

Se debe hacer saber a los alumnos que no recibirán una calificación final para el curso de Matemáticas si no presentan una exploración.

Niveles de logro

Criterio A: Presentación

Este criterio evalúa la organización y la coherencia de la exploración. Una exploración bien organizada consta de una introducción, unas bases o fundamentos (incluida la explicación de por qué se eligió el tema), una descripción del objetivo general de la exploración y una conclusión. Una exploración coherente está desarrollada de modo lógico y es fácil de seguir.

Se deben incluir los gráficos, las tablas y los diagramas donde corresponda en el trabajo y no adjuntarlos como anexos al final del documento.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	La exploración tiene cierta coherencia o cierta organización.
2	La exploración tiene cierta coherencia y muestra cierta organización.
3	La exploración es coherente y está bien organizada.
4	La exploración es coherente, está bien organizada y es concisa.

Criterio B: Comunicación matemática

Este criterio evalúa en qué medida el alumno es capaz de:

- Utilizar el lenguaje matemático apropiado (por ejemplo, notación, símbolos y terminología)
- Definir los términos clave y las variables, cuando sea necesario
- Utilizar múltiples formas de representación matemática, tales como fórmulas, diagramas, tablas, gráficos y modelos, donde resulte apropiado
- Emplear un método deductivo y exponer sus demostraciones de manera lógica, donde resulte apropiado

Se espera que los alumnos utilicen el lenguaje matemático a la hora de comunicar ideas, razonamientos y hallazgos matemáticos.

Se anima a los alumnos a elegir y a utilizar las herramientas tecnológicas apropiadas, como calculadoras de pantalla gráfica, capturas de pantalla, programas de elaboración de gráficos, hojas de cálculo, bases de datos, procesadores de texto y programas de dibujo, según corresponda, para mejorar la comunicación matemática.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	La exploración contiene cierta comunicación matemática pertinente y, en parte, adecuada.
2	La exploración contiene cierta comunicación matemática pertinente y adecuada.
3	La comunicación matemática es pertinente, adecuada y, en su mayor parte, coherente.

Nivel	Descriptor de nivel
4	La comunicación matemática es pertinente, adecuada y coherente en su totalidad.

Criterio C: Compromiso personal

Este criterio evalúa la medida en que el alumno se compromete con la exploración y la hace propia. El compromiso personal se puede reconocer en distintos atributos y habilidades. Entre ellos se encuentra el pensamiento independiente o creativo, la elección de temas de interés personal y la presentación de ideas matemáticas a su manera.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Hay indicios de cierto compromiso personal.
2	Hay indicios de un importante compromiso personal.
3	Hay indicios de un excelente compromiso personal.

Criterio D: Reflexión

Este criterio evalúa en qué medida el alumno revisa, analiza y evalúa la exploración. Aunque la reflexión se puede ver en las conclusiones de la exploración, también se puede encontrar a lo largo del trabajo.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Hay indicios de una reflexión limitada.
2	Hay indicios de una reflexión significativa.
3	Hay indicios contundentes de una reflexión crítica.

Criterio E: Uso de las matemáticas

Los niveles de logro y descriptores del criterio E son diferentes en el NM y el NS.

Solo en el NM

Este criterio evalúa en qué medida los alumnos utilizan las matemáticas en la exploración.

Se espera de los alumnos que elaboren un trabajo que sea acorde con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados deben ser parte del programa de estudios, o bien de un nivel similar o superior. El trabajo no debe estar basado únicamente en los temas de matemáticas incluidos en los conocimientos previos. Si el nivel de matemáticas no es acorde con el nivel del curso, se pueden otorgar, como máximo, dos puntos en este criterio.

Las matemáticas se pueden considerar correctas incluso si existen errores menores ocasionales, siempre y cuando no desvirtúen el razonamiento matemático o lleven a resultados poco razonables.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes.
2	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Se demuestra una comprensión limitada.

Nivel	Descriptor de nivel
3	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Se demuestra una comprensión limitada.
4	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son parcialmente correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
5	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son, en su mayor parte, correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión buenos.
6	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.

Solo en el NS

Este criterio evalúa en qué medida y con qué competencia los alumnos utilizan las matemáticas en la exploración.

Se espera de los alumnos que elaboren un trabajo que sea acorde con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados deben ser parte del programa de estudios, o bien de un nivel similar o superior. El trabajo no debe estar basado únicamente en los temas de matemáticas incluidos en los conocimientos previos. Si el nivel de matemáticas no es acorde con el nivel del curso, se pueden otorgar, como máximo, dos puntos en este criterio.

Las matemáticas se pueden considerar correctas incluso si existen errores menores ocasionales, siempre y cuando no desvirtúen el razonamiento matemático o lleven a resultados poco razonables. La complejidad en matemáticas puede incluir la comprensión y el uso de conceptos matemáticos de mayor dificultad, afrontar un problema desde perspectivas distintas y percibir estructuras subyacentes que vinculen áreas distintas de las matemáticas. El rigor implica claridad de lógica y lenguaje al hacer razonamientos y cálculos matemáticos. La precisión en matemáticas implica la ausencia de errores y un nivel de aproximación adecuado en todo momento.

Nivel	Descriptor de nivel
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Se demuestra una comprensión limitada.
2	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Los aspectos matemáticos explorados son parcialmente correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
3	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
4	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión buenos.
5	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos y demuestran complejidad o rigor. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.

Nivel	Descriptor de nivel
6	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados demuestran precisión, complejidad y rigor. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.

Preguntas frecuentes acerca de la evaluación interna

¿Cuál es la diferencia entre una exploración de Matemáticas y una monografía en Matemáticas?

Los criterios son completamente diferentes. Se espera que la exploración sea un trabajo mucho menos extenso que la monografía en Matemáticas. Se pretende que los alumnos “exploren” una idea en lugar de tener que hacer la investigación formal que se exige en una monografía.

¿Cuál debe ser su extensión?

Es difícil ser prescriptivo en cuanto a la redacción matemática, Pero las guías de Matemáticas: Análisis y Enfoques y Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación indican que la extensión adecuada es de entre 12 y 20 páginas. Eso no quita que la exploración pueda tener menos de 12 páginas. Uno de los errores más comunes en la redacción matemática es la repetición excesiva; esto debe evitarse ya que se penalizará a este tipo de exploraciones por falta de concisión. No obstante, se entiende que algunas exploraciones requerirán el uso de varios diagramas, lo que puede llevar a los alumnos a excederse del límite de páginas recomendado.

¿Hay temas que deban evitarse?

Se debe elegir un tema al que sea posible aplicar los criterios de evaluación. Los temas históricos meramente descriptivos, por ejemplo, no son apropiados. En los apéndices de este material de ayuda al profesor se ha incluido una lista de temas presentados en años anteriores.

¿Cuál es el momento más oportuno para presentar la exploración?

Es buena idea mencionarla lo antes posible, de modo que los alumnos estén al tanto de los requisitos, y hacer referencia a la misma al principio del curso. Algunos temas pueden prestarse más fácilmente al trabajo de la exploración y los profesores deben intentar hacer sugerencias al respecto cuando corresponda. Lo ideal es que el trabajo de la exploración comience antes de que concluya el primer año.

¿Es necesario utilizar un determinado formato en la exploración?

No es necesario usar ningún formato en particular. Los alumnos pueden escribir el texto de la exploración y dibujar los gráficos o las tablas a mano si así lo desean, o pueden utilizar un procesador de texto en toda la exploración o en parte de esta. Se aceptan ambas formas, siempre y cuando la exploración sea clara y legible. En los últimos años, los alumnos han utilizado una variedad de medios tecnológicos (por ejemplo, hojas de cálculo) para presentar los datos, crear tablas y gráficos y realizar cálculos.

¿Necesita un título la exploración?

Asignar un título a todos los trabajos constituye una buena práctica. Si la exploración está basada en un estímulo, se recomienda que el título no sea solamente el estímulo. Por el contrario, el título debe proporcionar una indicación más exacta de la dirección que ha tomado el alumno a partir del estímulo. Por ejemplo, en lugar de utilizar el título “Patrones numéricos”, el título podría ser “Patrones numéricos: exploración de patrones en los últimos dígitos de los números primos”.

Al redactar la exploración, ¿a quién deben dirigirse los alumnos?

La exploración debe resultar accesible para los compañeros del alumno.

¿Pueden los alumnos utilizar matemáticas distintas a las que han estudiado en clase?

Sí, pero deben explicarlas claramente e incluir las referencias pertinentes. Los comentarios del profesor deben aclarar este aspecto.

¿Pueden los alumnos utilizar procedimientos matemáticos no incluidos en el programa de estudios?

Esto no es necesario para obtener la puntuación máxima o una puntuación alta. Si los alumnos deciden explorar procedimientos matemáticos no incluidos en el programa de estudios, se recomienda que sean de un nivel acorde con el programa de estudios.

¿La interpretación de los resultados debe presentarse en una sección aparte o debe hacerse con comentarios a lo largo de la exploración?

La interpretación de los resultados en el momento en que se presentan mejora la comunicación. No obstante, también debe resumirse en una conclusión. Lo mismo puede ser aplicable a los comentarios sobre la validez de los resultados.

¿Los alumnos tienen que usar recursos externos?

No es obligatorio usar recursos externos, pero a menudo a los alumnos les resulta necesario recurrir a material de otras fuentes (por ejemplo, para obtener datos o para usar las fórmulas). En estos casos, los alumnos deben citar las fuentes utilizadas e incluirlas en una bibliografía. Asimismo, cuando utilicen datos secundarios, deben indicar qué procesos han seguido para tomar las muestras.

¿Pueden los alumnos usar en sus exploraciones datos que ya hayan utilizado en otro trabajo de evaluación interna del Programa del Diploma (por ejemplo, la monografía, experimentos o trabajo de campo)?

Se debe desaconsejar esta práctica, pues es poco probable que los datos obtenidos con un fin determinado se presten a otro tipo de tratamiento. Cabe la posibilidad de utilizar los datos obtenidos en la realización de trabajos de otras asignaturas, pero únicamente si se analizan de una forma totalmente diferente. El alumno tiene la responsabilidad de informar al profesor de que dichos datos se obtuvieron originalmente para otra asignatura, y el profesor debe asegurarse de que no haya solapamiento en el modo en que se usan esos datos.

¿Qué se entiende por “compromiso personal”?

La intención de la exploración es ofrecer a los alumnos la oportunidad de utilizar las matemáticas para desarrollar un área que sea de su interés en lugar de limitarse a resolver un problema planteado por otra persona. El criterio C (Compromiso personal) se utiliza para evaluar en qué medida el alumno demuestra que “se compromete con la exploración y la hace propia” y expresa las ideas de forma independiente.

¿Cuál es la diferencia entre “preciso” y “correcto”?

Tal como se describe en el criterio E (Uso de las matemáticas), la “precisión” matemática requiere una exactitud absoluta y un uso adecuado de la notación. Las matemáticas consideradas “correctas” pueden contener errores ocasionales, siempre y cuando no interfieran con el razonamiento del trabajo o lleven a respuestas o conclusiones claramente erróneas.

¿Cuál es la mejor manera de supervisar el trabajo de los alumnos?

Resulta útil contar con un calendario de plazos. También es importante que el profesor dedique tiempo a revisar el trabajo de los alumnos cuando se cumplen estos plazos. Puede ser de ayuda elaborar una lista de verificación de tareas y destinar un poco de tiempo para ofrecer comentarios con el fin de mantener canales de comunicación abiertos entre los alumnos y el profesor.

Lo mejor es que los propios alumnos lleven un registro de los progresos realizados, empleando un diario de trabajo semanal. Los profesores pueden simplemente leer los diarios y añadir algunos comentarios breves. También puede ser útil que los alumnos intercambien sus diarios de trabajo para discutir o valorar críticamente durante la clase el trabajo que han realizado.

¿Cuánto tiempo deben dedicar los alumnos a la exploración?

Se debe destinar un total de 10-15 horas de clase para trabajar en la exploración. Una parte de estas horas se puede dedicar a cuestiones generales, como familiarizarse con las políticas y procedimientos, explicar los criterios de evaluación, comprobar los progresos realizados y desarrollar los temas. Fuera de las horas de clase, el tiempo que se dedique a la exploración debe ser acorde con lo que se espera normalmente para las tareas a las que se dedican 10-15 horas de clase.

¿Cuál es la fecha recomendada para la finalización de la exploración?

Naturalmente, esto variará de un colegio a otro dependiendo de varios factores, sin mencionar otros plazos impuestos dentro del Programa del Diploma (por ejemplo, trabajos de clase, monografías, informes de laboratorio, etcétera). Los profesores han de destinar también suficiente tiempo para el proceso de evaluación. La fecha límite fijada por el IB para la entrega de muestras de trabajo para su moderación es en abril para la convocatoria de mayo, y en octubre para la convocatoria de noviembre. Por tanto, es bastante

razonable que los profesores exijan la presentación de la versión final de las exploraciones entre seis y ocho semanas antes de esa fecha. Si se fija una fecha temprana para la finalización de la exploración, será posible hacer concesiones en caso de que algún alumno sufra un desastre de último minuto.

¿Cuál es la mejor manera de motivar a los alumnos que trabajan poco o nada en su exploración?

El argumento más evidente que se puede ofrecer a cualquier alumno que no se muestre dispuesto a trabajar y progresar en su exploración es resaltar el posible impacto que ello tendrá en la evaluación, ya que representa un 20 % de la nota final. Si un alumno se niega a hacer ningún tipo de trabajo, tal vez una reunión con el alumno mismo, sus padres o tutores legales, el profesor y el coordinador del Programa del Diploma sea lo aconsejable. En esa reunión sería apropiado revisar las consecuencias de no presentar una exploración. Se debe hacer saber a los alumnos que no recibirán una calificación final para el curso de Matemáticas si no presentan una exploración.

También puede ser útil desarrollar una política del colegio o del departamento respecto a las evaluaciones internas, de modo que las directrices, las fechas de entrega, las expectativas, las consecuencias, etc. queden claras tanto para los alumnos como para los padres desde el principio del curso.

Algunos profesores se sienten confusos sobre cómo aplicar los descriptores al evaluar las exploraciones. ¿Existe algún tipo de orientación al respecto?

Además de consultar este material de ayuda al profesor, los profesores pueden asistir a un taller de capacitación de Matemáticas antes de evaluar las exploraciones de sus alumnos. Los coordinadores del Programa del Diploma disponen de información sobre los talleres, y también se puede encontrar información en el sitio web público del IB (<http://www.ibo.org>). Otra idea podría ser pedir consejo a un profesor con experiencia. Recurrir a una segunda opinión de un profesor con experiencia puede resultar sumamente útil.

¿Pueden todos los alumnos de una clase presentar exploraciones sobre exactamente el mismo tema?

No. De hecho, no puede haber dos exploraciones que sean exactamente iguales desde el punto de vista matemático; si bien pueden tratar sobre el mismo área o tema de las matemáticas, como, por ejemplo, los vectores. Se espera que la exploración sea el trabajo independiente de cada alumno. Se pueden celebrar discusiones con toda la clase para generar ideas, seleccionar los temas de la exploración, compartir fuentes de investigación, adquirir los conocimientos, la comprensión y las habilidades necesarias y solicitar comentarios de los compañeros sobre la redacción del trabajo, pero la exploración final debe ser el trabajo independiente del alumno.

¿Pueden los alumnos de un mismo colegio o una misma clase utilizar el mismo título para la exploración?

Sí, pero las exploraciones deben ser diferentes y basarse en las vías seguidas por cada alumno. Como se ha indicado anteriormente, el título debe dar una idea del contenido de la exploración.

¿Pueden los alumnos del NM y el NS utilizar el mismo estímulo?

Sí. No existen razones para limitar un estímulo a un nivel determinado, aunque la evaluación con el criterio E será distinta.

¿Es necesario que los profesores utilicen estímulos?

No, pero a menudo la elección del tema es la parte más difícil del proceso para los alumnos, por lo que puede ser útil proporcionar estímulos para ayudarlos a comenzar su exploración. Los profesores pueden elegir libremente sus propios estímulos.

¿Cuántas exploraciones debe realizar un alumno durante el curso?

La exploración es un trabajo de una extensión considerable y, por lo tanto, se recomienda que los alumnos no realicen más de una durante el curso. Sin embargo, de acuerdo con la sección “Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje” de las dos guías, deben darse a los alumnos numerosas oportunidades de utilizar técnicas de modelización e investigación para desarrollar los tipos de habilidades necesarias para obtener buenos resultados en la exploración. El tiempo asignado al equipo de herramientas permite desarrollar estas habilidades.

¿Debe la secuenciación de los contenidos del curso verse influida por la exploración?

Lo ideal es que este no sea el caso. Se espera que la exploración sea una oportunidad natural para desarrollar ideas con las que los alumnos se han familiarizado como parte del curso. No obstante, si se considera que los alumnos necesitarán habilidades determinadas para llevar a cabo la exploración de manera satisfactoria, los profesores o colegios pueden tener esto en cuenta a la hora de planificar la enseñanza.

¿Qué constituye un borrador y cuántos comentarios se pueden proporcionar al respecto?

El borrador es la única ocasión en la que el profesor puede ofrecer comentarios formales (escritos o de otro tipo) al alumno antes de que este entregue la exploración final. Si lo desean, los profesores pueden usar o adaptar el formulario B a tal efecto. Como se indica en la guía, “los profesores deben leer un borrador del trabajo y asesorar a los alumnos al respecto. El profesor debe aconsejar al alumno de manera oral o escrita sobre cómo mejorar su trabajo, pero no debe modificar el borrador”. El profesor podrá sugerir maneras de mejorarlo, pero sin llegar a corregirlo o editarlo excesivamente. La próxima versión que se entregue al profesor después del borrador será considerada la versión final. Se recomienda a los profesores que proporcionen comentarios informales en todas las demás etapas del proceso de la exploración.

¿Cuánta ayuda pueden proporcionar los profesores a los alumnos en relación con el contenido matemático de la exploración?

Si un alumno necesita ayuda con la revisión de un tema determinado porque tiene algunos problemas para utilizarlo en su exploración, entonces se permite que el profesor proporcione esta ayuda (de hecho, se trata de una buena práctica). Sin embargo, esto debe hacerse de tal manera que la ayuda no esté directamente relacionada con la exploración.

Si el colegio tiene un gran número de alumnos (o varias clases) que hacen la exploración, ¿todos los trabajos deben ser calificados por el mismo profesor?

La exploración la debe calificar el profesor que ha supervisado a la clase. Sin embargo, los profesores deben tener en cuenta que la moderación se aplica al colegio y no personalmente a ellos. Por tanto, es de suma importancia que los profesores colaboren y coincidan en los estándares de corrección. En los *Procedimientos de evaluación* del Programa del Diploma se incluye información al respecto.

¿Debe contener anotaciones la exploración final del alumno?

Tal como se indica en el material de ayuda al profesor, una de las responsabilidades del profesor es evaluar el trabajo de forma precisa, incluyendo anotaciones adecuadamente para indicar dónde se ha asignado cada nivel de logro. Es fundamental que las anotaciones se incluyan en el trabajo del alumno para demostrar por qué y dónde se ha asignado un determinado nivel. Esto implica evaluar las matemáticas, así como identificar y anotar cualquier error. Si no se ofrecen comentarios explicativos, resulta más difícil para el moderador confirmar la puntuación del profesor.

¿Dónde pueden los profesores obtener más orientación sobre la exploración?

Los profesores deben tener presente que todas las dudas sobre el trabajo de la exploración se pueden plantear en las comunidades de matemáticas en el Centro de recursos para los programas, donde podrán obtener asesoramiento de profesores experimentados y del consejero pedagógico en línea. En las comunidades del Centro de recursos para los programas también se pueden encontrar muchos recursos publicados por profesores con experiencia, y estos pueden ser un punto de partida muy útil para profesores nuevos. Sin embargo, es importante comprender que todas las opiniones emitidas por los usuarios del Centro de recursos para los programas se expresan estrictamente a título individual, y no en representación del IB.

Preparación para la prueba 3 del NS

Esta sección ofrece información útil sobre el tipo y el estilo de las preguntas que aparecen en la prueba 3 del NS —aportada por profesores que participan en el desarrollo de dicha prueba—, e incluye también consejos de alumnos que han participado en su puesta a prueba. Esta sección debe leerse junto con la descripción detallada de la prueba 3 del NS que figura en la guía de la asignatura.

Comentarios generales sobre el estilo de las preguntas

La prueba constará de dos preguntas y cada pregunta normalmente valdrá entre 23 y 32 puntos.

La mejor manera de entender las preguntas es como problemas largos y cerrados.

Los primeros apartados de la pregunta serán accesibles para todos los alumnos. La dificultad irá aumentando progresivamente a medida que se avanza en la pregunta.

La extensión de las preguntas hará que sean más exploratorias que las de las pruebas 1 y 2.

Generalmente, las preguntas incluirán aspectos matemáticos desconocidos o bien aspectos matemáticos conocidos en un contexto desconocido. Por tanto, es posible que incluyan temas que no forman parte del programa de estudios. En estos casos, las preguntas brindarán apoyo suficiente como para que todos los apartados resulten accesibles.

Objetivos de evaluación

En la guía de la asignatura, la sección “Los objetivos de evaluación en la práctica” indica que, en comparación con las otras pruebas, los enfoques basados en la indagación tienen más peso que los conocimientos y la comprensión. Esto significa que las preguntas pueden concentrarse en una pequeña parte del programa de estudios para así desarrollar las ideas en mayor medida de lo que sería posible en una pregunta más corta. También se hace hincapié en el objetivo de evaluación 4 (Tecnología: utilizar los medios tecnológicos de forma precisa, adecuada y eficaz para explorar nuevas ideas y resolver problemas), pues en ambas asignaturas es necesario usar medios tecnológicos en esta prueba.

Enfoques de cada curso

Los objetivos de evaluación de resolución de problemas y enfoques basados en la indagación indican que los alumnos deben ser capaces de demostrar lo siguiente:

- Resolución de problemas: recordar, seleccionar y utilizar su conocimiento de las habilidades, los resultados y los modelos matemáticos, tanto en contextos abstractos como reales, para resolver problemas
- Enfoques basados en la indagación: investigar situaciones desconocidas, tanto abstractas como reales, que conlleven la organización y el análisis de información, la formulación de conjeturas, la extracción de conclusiones y la comprobación de su validez

La diferencia entre los contextos abstractos y reales a probablemente resulte obvia si se compara la prueba 3 del NS de cada asignatura, aunque siempre habrá cierto solapamiento entre las dos asignaturas.

Con frecuencia, las preguntas de Matemáticas: Análisis y Enfoques precisarán que los alumnos descubran patrones generales, los verifiquen y demuestren o justifiquen informalmente el resultado.

Las preguntas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación a menudo precisarán ir resolviendo los distintos apartados para llegar a la solución de un problema en un contexto real usando las matemáticas aprendidas en el curso.

En cierto modo, las preguntas de Matemáticas: Análisis y Enfoques pueden verse como una ampliación del criterio B (Investigación de patrones) del PAI, mientras que las de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación pueden verse como una ampliación del criterio D (Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real).

Consejos para los alumnos antes de realizar la prueba

Es fácil que los alumnos no se sientan cómodos con las preguntas largas, especialmente si los primeros apartados les resultan difíciles. Por este motivo, las preguntas estarán estructuradas de manera que, si no responden alguno de los apartados, normalmente ello no les impedirá acceder a los apartados posteriores.

Si el alumno encuentra alguna dificultad en alguna parte de una pregunta, debe buscar otras partes de la pregunta que le permitan continuar. Con frecuencia, los primeros apartados serán del tipo "Muestre que". Este tipo de enunciados permiten a los alumnos utilizar el resultado de un apartado en otros apartados posteriores. Los alumnos deben utilizar ese resultado y no uno diferente que hayan encontrado.

Las preguntas generalmente irán aumentando en dificultad, pero habrá algunas que, por su naturaleza, tendrán que incluir antes un apartado más complicado y es posible que en el apartado final solo requieran aplicar el resultado obtenido. Los cinco minutos de lectura deben emplearse en leer atentamente las preguntas en su totalidad.

Las preguntas incluirán siempre un breve párrafo introductorio para explicar por qué exploran un determinado problema. No es necesario responder las preguntas en el orden en que aparecen en la prueba, y la lectura inicial del problema puede ayudar a los alumnos a decidir en qué orden responderlas.

Todas las habilidades que se necesitan para la prueba 3 del NS son también necesarias para las pruebas 1 y 2 y la evaluación interna. Sin embargo, algunas deben demostrarse más explícitamente en la prueba 3 del NS. Algunas de estas habilidades son enfoques de investigación generales, pero la tecnología desempeña un papel importante en esta prueba y, por tanto, hay ciertas habilidades con las que los alumnos deben estar familiarizados para poder obtener buenos resultados.

Habilidades

- Saber buscar un patrón de manera sistemática para poder generalizar (por ejemplo, usando una lista o una tabla, concentrándose en determinados tipos de números, etc.)
- Investigar una serie de funciones
- Almacenar valores en varias memorias
- Elegir una ventana adecuada para el gráfico de una función
- Conocer los métodos de demostración que se definen en la guía
- Saber interpretar y explicar resultados y hallazgos matemáticos

Lista de temas presentados para la evaluación interna en años anteriores

La lista siguiente incluye los títulos de algunas exploraciones de evaluación interna que obtuvieron una variedad de puntuaciones. Algunos títulos son más descriptivos que otros y, en la mayoría de los casos, se ha mantenido la formulación original. Estas categorías y títulos no constituyen una lista exhaustiva y se han seleccionado únicamente como orientación.

Estética

- El cálculo de la belleza: la razón aurea
- Las preferencias de color
- La luz natural en un aula: diseño arquitectónico
- ¿Muestra mi espejo una imagen precisa?
- M. C. Escher: La simetría y el infinito en el arte
- Modelización de la superficie de la cúpula de cristal de la Galleria Vittorio Emanuele II de Milán (Italia)
- La búsqueda del sonido ideal
- Las sombras y la altura

Negocios y finanzas

- Estudio comparativo de acciones, bienes inmuebles, bonos y bancos
- Análisis de cambios en el mercado de valores
- Aplicaciones del análisis a la economía de las empresas
- Modalidades de pago al comprar un coche o una casa
- Cómo descifrar códigos
- El desarrollo económico y los niveles de ingresos
- Uso del cálculo diferencial y la optimización para hallar los valores mínimos de las dimensiones de almacenes con formas distintas
- Los precios de las llamadas telefónicas internacionales
- Estadísticas sobre los vuelos de una compañía aérea internacional

Comida y bebida

- Costos de los productos adquiridos en Internet en comparación con los supermercados locales
- ¿Cenar en casa o cenar fuera?
- ¿Cuántos guisantes hay en una bolsa de guisantes de 500 gramos?
- Estudio sobre caramelos
- El problema de las galletas: la gran importancia del sabor
- El funcionamiento de una tienda de golosinas
- El volumen de un huevo
- ¿Cuál es la mejor golosina del mundo?

Salud y condición física

- Comparación del consumo de calorías por sexo
- Comparación de la capacidad pulmonar, la edad, el peso y la grasa corporal
- Concienciación sobre el SIDA en Maseru
- La presión sanguínea
- El desayuno y el desempeño escolar
- El cáncer de mama y el cáncer cervical: comparación por grupo étnico
- La mortalidad infantil
- Investigación sobre el tiempo de reacción
- El modelo SIR en relación con epidemias mundiales

Geometría y trigonometría

- Las cúpulas geodésicas
- La teoría de grafos: cálculo de la ruta más corta
- El método de Newton-Raphson
- Aplicaciones de la papiroflexia a las matemáticas
- Las ondas sinusoidales en las frecuencias tonales
- Los árboles generadores
- Geometría esférica
- Construcción con bloques
- La talla ideal de un diamante
- La noria
- El problema del caballo en un tablero de ajedrez: camino abierto
- Topografía y distancia

Naturaleza y recursos naturales

- El plano aerodinámico y la fuerza de elevación
- Análisis del costo y la utilidad del gas en comparación con la electricidad en un hogar promedio
- La población animal
- Cálculo de la hora del amanecer y el atardecer
- La teoría del caos: predicción universal
- Conteo de malas hierbas
- ¿Es posible predecir los terremotos?
- Florence Nightingale y la modelización de la propagación de enfermedades
- Representación gráfica del perfil farmacocinético
- ¿Cómo influye la densidad de población en la transmisión del ébola?
- ¿Influye la temperatura en el oleaje del mar?
- Modelización de la cubierta de hielo del océano Ártico
- Modelización de las precipitaciones
- Modelización del enfriamiento de una taza de té
- Las dimensiones óptimas de una lata de bebida de aluminio
- Predicción del tiempo de enfriamiento

Relación entre las precipitaciones y la producción vitícola
Investigación estadística sobre las hojas
La calidad del agua local
El modelo SIR en relación con epidemias mundiales
El volumen de un huevo
Los ciclos de las manchas solares
¿Qué relación hay entre la altura del agua de mi bañera y el tiempo que tarda en vaciarse?

Aritmética

Aproximación de pi
Análisis de situaciones cíclicas y patrones mediante los números felices
 e , π y φ : ¿existe una relación?
El número áureo φ
¿Qué es e ?
El teorema de Euler-Fermat

Población

Suponiendo que la probabilidad de que una persona encuentre un alma gemela a lo largo de su vida es del 85 %, ¿cuántas posibles almas gemelas hay en el mundo?
Correlación entre la tasa de divorcios y la incertidumbre económica
¿Influye el sexo de una persona en su elección de animal favorito?
¿Representa el colegio electoral de EE. UU. verdaderamente la elección política de los estadounidenses?
Efecto en los porcentajes de propina
Exploración de la falacia del jugador y por qué puede dar lugar a decisiones catastróficas
¿Depende la elección del género cinematográfico más de la nacionalidad o del sexo?
La discriminación por motivos de género
Alumnos zurdos
Memoria
La percepción del tiempo
Relación entre el índice de desarrollo humano de un país y su tasa de mortalidad infantil
Relación entre el producto interno bruto y la tasa de fertilidad en países de todo el mundo
Relación entre la desigualdad de ingresos y la incidencia de la corrupción en un país
Comparación de alumnos internacionales y alumnos bilingües: empleos, dinero de bolsillo y hábitos de consumo
Relación entre el desempleo y la criminalidad en Suecia de 1988 a 1999
Relación entre la educación secundaria y la tasa de fertilidad de las mujeres en los países en desarrollo
Comparación estadística del número de palabras de una frase en diferentes lenguas
La paradoja del cumpleaños
¿Cuándo pueden utilizarse las palabras “swimmed” y “knewed” de manera correcta en inglés?
La participación electoral

Deporte y ocio

- Relación entre el peso corporal y la velocidad de bateo en béisbol
- Proporciones del cuerpo para las pruebas de atletismo
- Si un equipo domina durante un partido, ¿lo gana?
- Córneres cortos eficaces en *hockey*
- Exploración del conteo de cartas en *blackjack* usando la probabilidad
- Factores que influyen en el rendimiento atlético
- ¿Ha mejorado el rendimiento deportivo más en tierra o en agua?
- La altura, el peso y el rendimiento en natación
- ¿Cómo influye la amplitud del giro del esquí en la velocidad del esquiador?
- ¿Qué distancia recorren rodando las pelotas de tenis?
- La geometría del billar
- Modelización de acordes musicales
- Modelización del salto de un caballo
- La práctica hace al maestro
- Relación entre la habilidad del esquiador y la distancia que recorre para ir a esquiar
- Resistencia del hilo de pesca
- El patinaje en línea y su base matemática
- El problema de Monty Hall
- El rompecabezas de la torre de Hanói
- Los videojuegos y el tiempo de respuesta
- ¿Llegarán las nadadoras algún día a ser más rápidas que los nadadores?

Viajes y transporte

- Relación costo-eficacia de los vehículos
- Las habilidades de conducción
- ¿Cuántas bicicletas hay en Ámsterdam?
- Los precios de la gasolina
- Los costos del transporte público y el uso del automóvil: una comparación personal
- Los hábitos de conducción cuando se llega tarde
- El uso del cinturón de seguridad
- Efecto de la legislación relativa al nivel de alcohol en sangre en el número de colisiones en Sacramento
- Estudio sobre el tráfico del aeropuerto internacional de Schiphol
- La seguridad del transporte en los centros urbanos

Lecturas complementarias

Para profesores y alumnos

A continuación figura una lista de lecturas sugeridas para los alumnos y los profesores. Estas sugerencias pueden servir a los alumnos como punto de partida para la evaluación interna y constituyen lecturas recreativas interesantes. La lista no es exhaustiva y las lecturas que contiene no son libros de texto recomendados.

ABBOTT, E. *Planilandia. Una novela de muchas dimensiones*. Barcelona (España): Laertes Editorial, S.L., 2010.

ACHESON, D. *1089 and All That: A Journey into Mathematics*. Oxford (Reino Unido): Oxford University Press, 2010.

CRILLY, T. *50 cosas que hay que saber sobre matemáticas*. Barcelona (España): Editorial Ariel, 2014.

CHRISTIAN, B. y GRIFFITHS, T. *Algoritmos para la vida cotidiana: la ciencia de la informática aplicada a las decisiones humanas*. Zaragoza (España): Teell Editorial, S.L., 2017.

DEVLIN, K. *Mathematics: the new Golden Age*. Londres (Reino Unido): Penguin, 1998.

DEVLIN, K. *The Maths Gene: Why everyone has it, but most people don't use it*. Londres (Reino Unido): Phoenix, 2001.

EASTAWAY, R. y WYNDHAM, J. *Why do Buses come in Threes?: The Hidden Mathematics of Everyday Life*. Londres (Reino Unido): Portico, 2005.

GARDNER, M. *Hexaflexagons, probability paradoxes, and the Tower of Hanoi: Martin Gardner's first book of mathematical puzzles and games*. Washington D. C. (EE. UU.): Mathematical Association of America, 2008.

GRINSTEAD, C. y SNELL, J. *Ginstead and Snell's Introduction to Probability*. Gainesville (EE. UU.): University Press of Florida, 2009.

HEMMINGS, R. y TAHTA, D. *Images of Infinity*. St Albans (Reino Unido): Tarquin Publications, 1992.

HUFF, D. *Cómo mentir con estadísticas*. Barcelona (España): Editorial Crítica, 2015.

KLINE, M. *Matemáticas, la pérdida de la certidumbre*. Madrid (España): Siglo XXI de España Editores, S.A., 1985.

KORNER, T. *The Pleasures of Counting*. Cambridge (Reino Unido): Cambridge University Press, 1996.

MUNROE, R. *¿Qué pasaría si...?: respuestas serias y científicas a todo tipo de preguntas absurdas*. Barcelona (España): Aguilar, 2017.

STEWART, I. *Cómo cortar un pastel: y otros rompecabezas matemáticos*. Barcelona (España): Editorial Crítica, 2007.

STEWART, I. *17 ecuaciones que cambiaron el mundo*. Barcelona (España): Editorial Crítica, 2013.

STEWART, I. *¿Juega Dios a los dados?: la nueva matemática del caos*. Barcelona (España): Editorial Crítica, 2001.

Project Zero. *Visible Thinking*. <http://www.visiblethinkingpz.org/VisibleThinking_html_files/VisibleThinking1.html>. [Consulta: 26-04-2018].

Para profesores

BLACK, P. y WILLIAM, D. "Assessment and Classroom Learning". En *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*. 1998, vol. 5, n.º 1. Pp. 7-74.

BOALER, J. *Mathematical Mindsets*. San Francisco (EE. UU.): Jossey Bass, 2016.

BURGE, B., LENKEIT, J. y SIZMUR, J. *PISA in Practice—Cognitive activation in Maths: How to use it in the classroom*. NFER, 2015. <<https://www.nfer.ac.uk/publications/PQUK04/>>. [Consulta: 28-3-2018].

- DE LANGE, J. "Mathematics for literacy". En *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. 2003. <https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/QL/pgs75_89.pdf>. [Consulta: 28-3-2018].
- EICHLER, A. y ZAPATA-CARDONA, L. *Empirical Research in Statistics Education (ICME-13 Topical Surveys)*. Nueva York (EE. UU): Springer, 2016.
- ELLENBERG, J. *How Not to be Wrong: The Power of Mathematical Thinking*. Nueva York (EE. UU): Random House, 2015.
- EVAN, S. *Graph Algorithms*. 2.^a edición. Cambridge (Reino Unido): Cambridge University Press, 2011.
- GREEFRATH, G. y VORHOLTER, K. *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries (ICME-13 Topical Surveys)*. Nueva York (EE. UU): Springer, 2016.
- HEGEDUS, S., LABORDE, C., BRADY, C., DALTON, S., SILLER, S., TABACH, M., TRGALOVA, J. y MORENO-ARMELLA, L. *Uses of Technology in Upper Secondary Mathematics Education (ICME-13 Topical Surveys)*. Nueva York (EE. UU): Springer, 2016.
- RITCHHART, R., CHURCH, M. y MORRISON, K. *Making Thinking Visible*. San Francisco (EE. UU.): Jossey Bass, 2011.
- ROSA, M., D'AMBROSIO, U., CARK OREY, D., SHIRLEY, L., ALANGUI, W., PALHARES, P. y GAVARRETE, M. *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program (ICME-13)*. Nueva York (EE. UU): Springer, 2016.
- ROUNCEFIELD, M. y HOLMES, P. *Practical Statistics*. Londres (Reino Unido): Palgrave Macmillan, 1989.
- TRUDEAU, R. *Introduction to Graph Theory*. Nueva York (EE. UU.): Dover Publications, 2003.
- WATHALL, J. *Concept-based Mathematics: Teaching for deep understanding in secondary classrooms*. Thousand Oaks (EE. UU.): Corwin, 2016.
- WILIAM, D. y LEAHY S. *Embedding formative assessment: Practical Techniques for K-12 classrooms*. La Vergne (EE. UU.): LSI, 2015.
- WILLINGHAM, D. T. "Critical Thinking: Why Is It So Hard to Teach?". En *American Educator*. 2007, vol. 31. Pp. 8-19.

Videos

Video 1

Preparar a los alumnos para la prueba 3 del NS

Video 2

La tecnología en el aula de Matemáticas del PD

Video 3

Uso eficaz del equipo de herramientas matemáticas

Video 4

Trayectorias: comunicación de los cursos disponibles