



**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Viernes 9 de noviembre de 2001 (tarde)

1 hora

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- A menos que se especifique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deben expresarse en forma exacta, o con tres cifras significativas, según sea más apropiado.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Calculadora

Marca	Modelo

---

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /60	TOTAL /60	TOTAL /60

*Se otorgará la puntuación máxima a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo de la casilla. Cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.*

1. Los tres primeros términos de una sucesión aritmética son 7 , 9,5 y 12 .

(a) ¿Cuál es el 41° término de la sucesión?

(b) ¿Cuál es la suma de los primeros 101 términos de la sucesión?

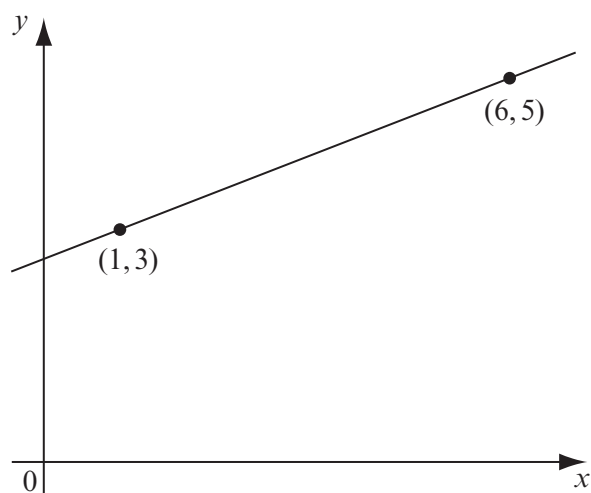
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

2. El diagrama que sigue muestra una recta que pasa por los puntos  $(1, 3)$  y  $(6, 5)$ .



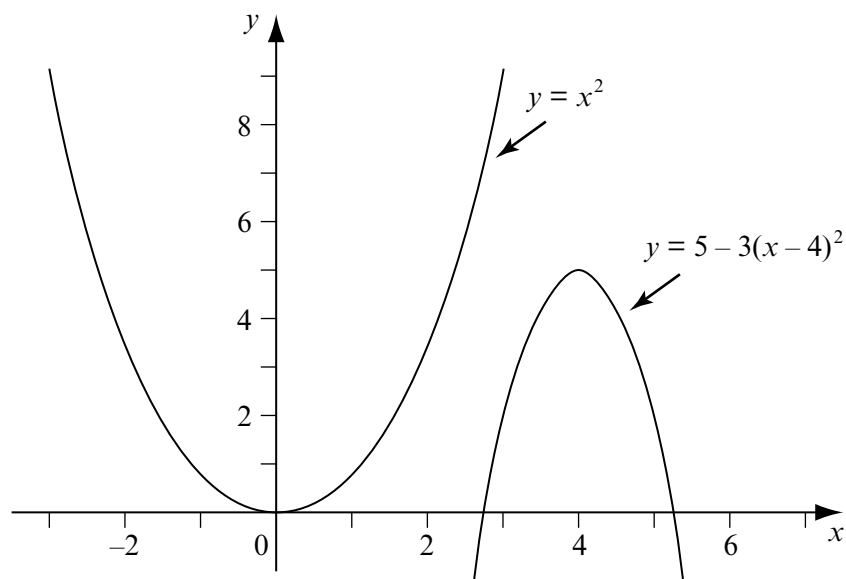
Halle una ecuación vectorial de la recta y dé la respuesta en la forma

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}, \text{ donde } t \text{ es un número real cualquiera.}$$

*Operaciones:*

*Respuesta:*

3. El diagrama que sigue muestra partes de las gráficas de  $y = x^2$  y de  $y = 5 - 3(x - 4)^2$ .



La gráfica de  $y = x^2$  puede convertirse en la de  $y = 5 - 3(x - 4)^2$  mediante las siguientes transformaciones.

Una simetría respecto de la recta  $y = 0$   
 un estiramiento vertical con el factor de escala  $k$   
 una traslación horizontal de  $p$  unidades  
 una traslación vertical de  $q$  unidades.

**seguida de**  
**seguida de**  
**seguida de**

Escriba el valor de

- (a)  $k$  ;  
 (b)  $p$  ;  
 (c)  $q$  .

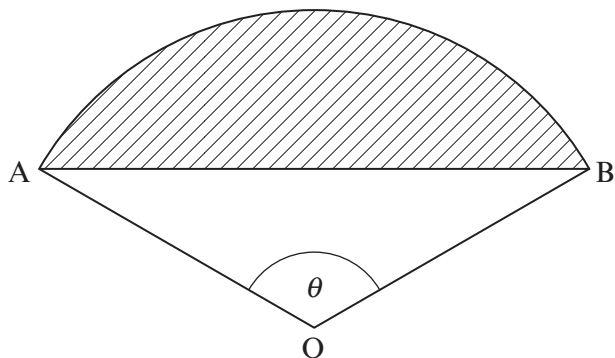
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_  
 (b) \_\_\_\_\_  
 (c) \_\_\_\_\_

4. El diagrama que sigue muestra un sector AOB de un círculo con radio de 15 cm y centro en O . El ángulo  $\theta$  en el centro del círculo es de 2 radianes.

No dibujado  
a escala



- (a) Calcule el área del sector AOB .
- (b) Calcule el área de la región sombreada.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

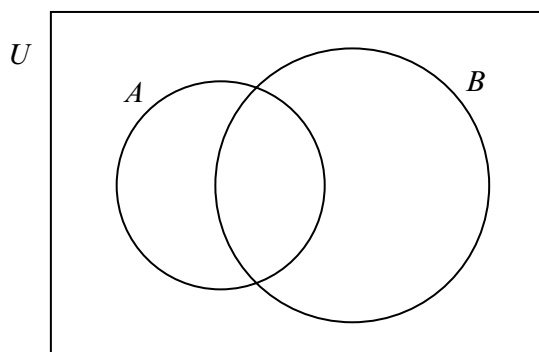
(b) \_\_\_\_\_

5. Resuelva la ecuación  $\log_9 81 + \log_9 \left( \frac{1}{9} \right) + \log_9 3 = \log_9 x$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

6. El diagrama de Venn que sigue muestra el conjunto universal  $U$  y los conjuntos  $A$  y  $B$ .



- (a) Sombree el área del diagrama que representa al conjunto  $B \cap A'$ .

$$n(U) = 100, n(A) = 30, n(B) = 50, n(A \cup B) = 65.$$

- (b) Halle  $n(B \cap A')$ .

- (c) Un elemento de  $U$  se escoge al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que este elemento esté en  $B \cap A'$ ?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

7. Considere la función  $f(x) = k \sin x + 3x$ , donde  $k$  es una constante.

(a) Halle  $f'(x)$ .

(b) La pendiente de la curva de  $f(x)$  es 8 cuando  $x = \frac{\pi}{3}$ . Halle el valor de  $k$ .

*Operaciones:*

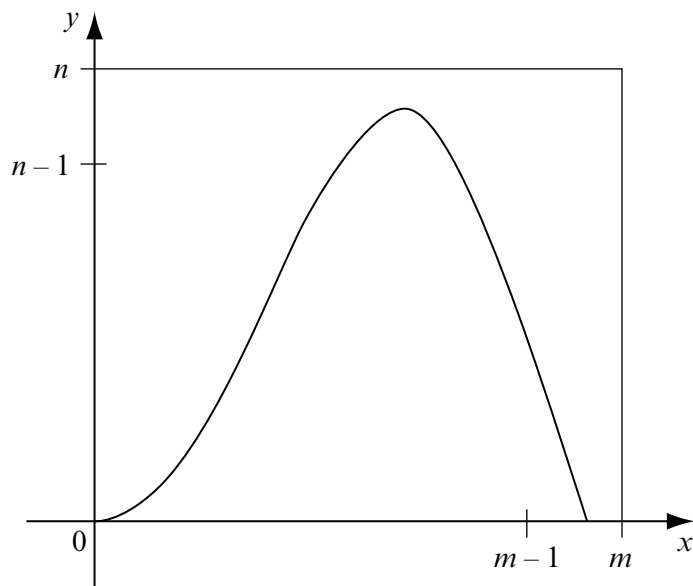
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



8. El diagrama que sigue muestra la gráfica de  $y = x \sin\left(\frac{x}{3}\right)$ , para  $0 \leq x < m$ , y  $0 \leq y < n$ , donde  $x$  viene expresado en radianes y  $m$  y  $n$  son enteros.



Halle el valor de

- (a)  $m$  ;  
(b)  $n$  .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_  
(b) \_\_\_\_\_

9. Dado que  $f(x) = 2e^{3x}$ , halle su función inversa  $f^{-1}(x)$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

10. Considere el siguiente desarrollo del binomio  $(1 + x)^4 = 1 + \binom{4}{1}x + \binom{4}{2}x^2 + \binom{4}{3}x^3 + x^4$ .

- (a) Sustituyendo  $x = 1$  en ambos miembros, o de otro modo, halle la suma  $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$ .
- (b) Halle la suma  $\binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{9}{8}$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

11. Los vectores  $\begin{pmatrix} 2x \\ x-3 \end{pmatrix}$  y  $\begin{pmatrix} x+1 \\ 5 \end{pmatrix}$  son perpendiculares para dos valores de  $x$ .

(a) Escriba la ecuación cuadrática que ambos valores de  $x$  deben satisfacer.

(b) Halle los dos valores de  $x$ .

*Operaciones:*

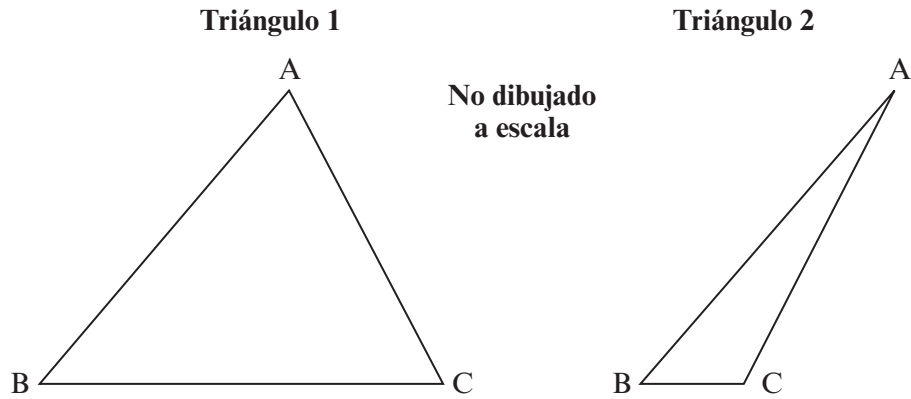
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

12. Los diagramas que siguen muestran dos triángulos que cumplen las condiciones

$$AB = 20 \text{ cm}, AC = 17 \text{ cm}, \widehat{ABC} = 50^\circ.$$



- (a) Calcule el ángulo  $\widehat{ACB}$  en el **Triángulo 2**.
- (b) Calcule el área del **Triángulo 1**.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

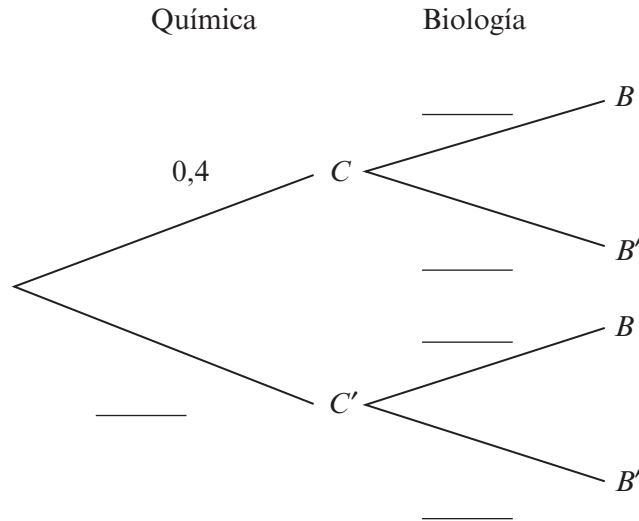
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

13. Los sucesos  $B$  y  $C$  son dependientes, siendo  $C$  el suceso “un estudiante elige estudiar Química” y  $B$  “un estudiante elige estudiar Biología”. Se sabe que:

$$P(C) = 0,4, P(B | C) = 0,6, P(B | C') = 0,5.$$

- (a) Complete el diagrama de árbol que sigue.



- (b) Calcule la probabilidad de que un estudiante elija estudiar Biología.
- (c) Dado que un estudiante elige estudiar Biología, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante elija también estudiar Química?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

14. La profundidad de  $y$  metros de agua del mar en una bahía  $t$  horas después de la medianoche puede representarse por la función

$$y = a + b \cos\left(\frac{2\pi}{k}t\right), \text{ donde } a, b \text{ y } k \text{ son constantes.}$$

El agua alcanza su máxima profundidad de 14,3 m a la medianoche y al mediodía, y su mínima profundidad de 10,3 m a las 06:00 horas y a las 18:00 horas.

Escriba el valor de:

- (a)  $a$  ;
- (b)  $b$  ;
- (c)  $k$  .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

15. Considere la función  $f: x \mapsto \arcsen(3x)$ .

- (a) Halle el máximo valor de  $a$  para que esta función quede definida en el intervalo  $-a \leq 3x \leq a$ .

Use este valor de  $a$  en los apartados (b) y (c).

- (b) Halle el dominio de  $f$ .

- (c) El recorrido de  $f$  puede escribirse como  $-b \leq y \leq b$ . Halle el valor de  $b$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

